Református Középiskolák IV. Országos Fizikai Feladatmegoldó Versenye
2000. április 7-8-9.
Megoldások

1. v_M = 6 m/s $v_E = 1{,}15 \cdot v_M$ = 6,9 m/s s = 100 m
Δs = ? Δt = ?

Célszerű először a 100 m-es út megtételéhez szükséges időket kiszámítani:
Megjegyzés: a megoldáshoz feltételezzük, hogy a futók mozgását közelíthetjük a teljes úton egyenes vonalú egyenletes mozgással.

$$t_M = \frac{100\text{m}}{6\,\text{m}/\text{s}} = 16{,}67 \text{ s},$$

$$t_E = \frac{100\text{m}}{6{,}9\,\text{m}/\text{s}} = 14{,}49 \text{ s}.$$

A két futó célbaérése közötte eltelt idő:
$\underline{\Delta t} = t_M - t_E = \underline{\underline{2{,}18 \text{ s}}}$.
Eszter célbaérése pillanatában – mivel mindketten t_E ideig futottak – a távolságuk:
$\underline{\Delta s} = 100 \text{ m} - v_M \cdot t_E = \underline{\underline{13{,}0 \text{ m}}}$.

2. V_1 = 5 l V_2 = 3 l $p_{1max} = 3\cdot10^5$ Pa T_1 = 275 K $p_1 = 2\cdot10^5$ Pa $p_2 = 4\cdot10^5$ Pa
$n_1 + n_2$ = ? Δn_1 = ? $n^*(T_2=400 \text{ K})$ = ?

Az állapotegyenlet alapján $\left(n = \frac{pV}{RT}\right)$ az összes gáz mennyisége:

$$\underline{n_1 + n_2} = \frac{p_1V_1}{RT_1} + \frac{p_2V_2}{RT_1} = \underline{0{,}962 \text{ mol}}$$

A csap kinyitása után: W = 0, Q = 0 $\Rightarrow$ $U = U_1 + U_2$ $\Rightarrow$ $T_{közös} = T_1$.

$$\underline{p_{közös}} = \frac{(n_1+n_2)RT_1}{V_1+V_2} = \underline{2{,}75\cdot10^5 \text{ Pa}}.$$

A közös nyomás kisebb, mint p1max, ezért a szelepen nem távozik gáz.
Legyen T_2 = 400 K, számítsuk ki, hogy ezen a hőmérsékleten és p1max nyomáson mennyi gáz lehet a tartályokban:

$$\underline{n^*(T_2=400 \text{ K})} = \frac{p_{1max}(V_1+V_2)}{RT_2} = \underline{0{,}72 \text{ mol}}.$$

A 0,24 mol gáz kiáramlása után 0,722 mol marad a tartályokban.

3. Q/t = 840 kJ/h p = 10^5 Pa T_1 = 30°C V = 5 x 5 x 2,5 m³ = 62,5 m³ ΔT = 5°C
Δt_1 = ? (ha m = áll.) Δt_2 = ? (ha m kicsit változik)

Ha a táblázatban szereplő c_p és ρ adatokat használjuk fel, akkor ki lehet számítani a következőket:

$$\rho(30°\text{C}) = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{m}{M}\frac{RT}{p}} = \frac{Mp}{RT_1}\cdot\frac{T_0}{T_0} = \rho_0\cdot\frac{T_0}{T_1} = 1{,}1648 \text{ kg/m}^3.$$

A szobában lévő 30°C-os levegő tömege m_1 = 72,8 kg,
ρ(25°C) = 1,1843 kg/m³, a szobát m_2 = 74,02 kg 25°C-os levegő tölti meg.
Így az elvonandó hő és a szükséges idő:
- becslésnél (elhanyagolva a levegő tömegnek megváltozását):
  $Q_1 = c_p \cdot m_1 \cdot \Delta T$ = 362,73 kJ, Δt_1 = 0,432 h ≈ <u>25,9 min</u>.
- a tömegváltozást is figyelembe véve:
  $Q_2 = c_p \cdot m_2 \cdot \Delta T$ = 368,81 kJ, Δt_2 = 0,439 h ≈ <u>26,3 min</u>.

A becslési adat is megfelelne az idő kiszámításánál. Lényegesen erősebb lehet a falak hőátadási tényezőjének befolyása.

4. T_0 = 273,15 K p_o = 101,3 kPa $\rho_{Hg} = 13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³ Δh_0 = 50,2 mm
Δp_1 = ? $\Delta h_1(0°C)$ = ? $\Delta h(100°C)$ = ? $\Delta h_1(100°C)$ = ?
T_0 hőmérsékleten a mérőgömbben lévő nyomás:

$$p_1 = p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_0 = 108{,}0 \text{ kPa}$$

Mivel: V = áll., $m_{gáz}$=áll.:

$$p_2 = p_1 + \Delta p_1 = p_1 \cdot \frac{T_0 + 1K}{T_0} = (108{,}4 \text{ kPa})$$

$$\Delta p_1 = p_1 \cdot \frac{1K}{T_0} = 395 \text{ Pa}, \quad \underline{\Delta h_1(0°C) = 2{,}96 \text{ mm}}$$

Ha T_2 = 100°C

$$p_{100} = p_1 \cdot \frac{T_0 + 100K}{T_0} = 147{,}54 \text{ kPa}, \quad \underline{\Delta h_{100} = 346{,}6 \text{ mm}}$$

Tetszőleges T hőmérsékleten:

$$p(T) = p_1 \cdot \frac{T}{T_0},$$

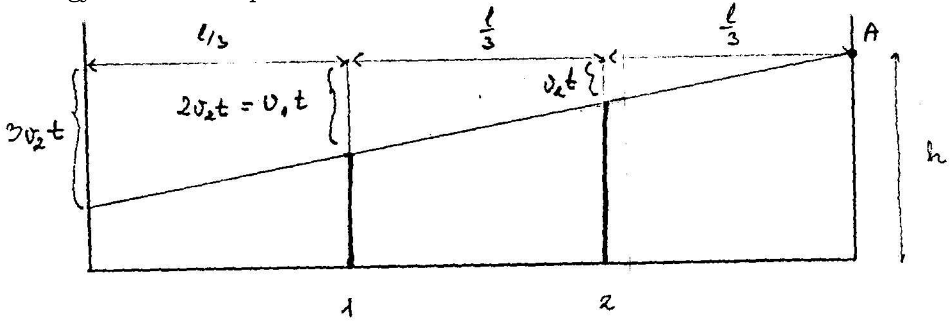
$$\Delta h(T) = \frac{p(T) - p_0}{\rho_{Hg} \cdot g} = \frac{(p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_0) \cdot \frac{T}{T_0} - p_0}{\rho_{Hg} \cdot g} = \frac{p_0 (T - T_0)}{\rho_{Hg} \cdot g \cdot T_0} + \Delta h_0 \cdot \frac{T}{T_0}$$

$$\Delta h_1(T) = \frac{p_0 \cdot 1K}{\rho_{Hg} \cdot g \cdot T_0} + \Delta h_0 \cdot \frac{1K}{T_0} = \frac{p_0 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_0}{\rho_{Hg} \cdot g \cdot T_0} \cdot 1 \text{ K}$$

$\underline{\Delta h_1(T)} = 2{,}96 \frac{mm}{K} \cdot 1$ K = $\underline{2{,}96 \text{ mm minden T-re}}$, így 0°C-ra és 100°C-ra is.

5. h = 20 cm t_1 = 20 min t_2 = 40 min v_1 = 1 cm/min v_2 = 0,5 cm/min

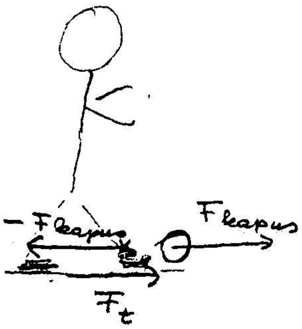
Rajzoljuk le a gyertyákat egy közbülső időpillanatban:



Ha a gyertyák végeit egy egyenes vonallal összekötjük, akkor a falakon kijelöli a két metszéspont a gyertyák végpontjainak árnyékát. Az belátható, hogy a megrajzolt egyenes a jobb oldali falat mindig a h magasságban levő A-ban metszi. Rajzoljuk meg A-n a vízszintes egyenest is. A keletkező háromszögek hasonlóságából leolvasható, hogy a bal oldali árnyék $3v_2$ = 1,5 cm/min sebességgel mozog, amíg eléri a padló szintjét, vagyis t = 13,3 min-ig.

6. m = 80 kg m_L = 0,5 kg v_1 = 10 m/s v_2 = 8 m/s Δt = 0,2 s g = 9,81 m/s²
F_t = ? μ_0 = ?

A labdával való „ütközésre" írjuk fel az impulzustételt:



$$F_{kapus} \cdot \Delta t = m_L \cdot (v_2 - v_1)$$
$$\underline{F_{kapus} = 45 \text{ N}}$$

A kapus nem gyorsul:

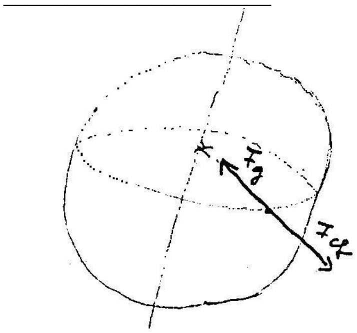
$$F_{kapus} - F_t = 0$$
$$\underline{F_t = 45 \text{ N}}$$

Ha nem csúszik meg a kapus, akkor:

$F_t \le \mu_0 mg$, $\underline{\mu_0 \ge 0{,}057}$.

7. Föld: $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg $R = 6400$ km
Pulzárok: $T = 5 \cdot 10^{-3}$ s
Fehér törpék: $M_{FT} = 2 \cdot 10^{30}$ kg $R_{FT} = 5000$ km
Neutroncsillag: $M_N = 2 \cdot 10^{30}$ kg $R_N = 10$ km

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$$



Az egyenlítőn: $mg = \gamma \frac{mM}{R^2} - m\omega^2 R$

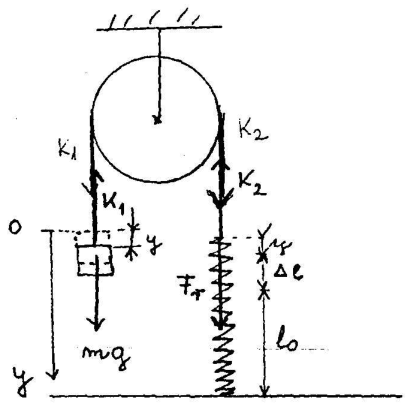
$$g = \frac{\gamma M}{R^2} - \omega^2 R$$

Ha g = 0, akkor $\omega^2 = \frac{\gamma M}{R^3} = \left(\frac{2\Pi}{T}\right)^2$, $T = 2\Pi\sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$.

A Föld adataival: $T_F = 5085\ s = \underline{\underline{84{,}75\ min}}$
A fehér törpék adataiból: $\underline{\underline{T_{FT} = 6{,}08\ s}}$
A neutroncsillag adataiból: $\underline{\underline{T_N = 5{,}4 \cdot 10^{-4}\ s}}$
Ha tekintünk egy csillagot $T^* = 5 \cdot 10^{-3}$ s, $M^* = 2 \cdot 10^{30}$ kg és legyen g = 0,

akkor $R = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\Pi^2}} = 4{,}39 \cdot 10^4$ m

8. $R = 0{,}1$ m $M = 1{,}6$ kg $m = 0{,}4$ kg $D = 2$ N/cm $= 200$ N/m
$T = ?$ $y_{max} = ?$



Essen egybe az m tömegű test egyensúlyi helyzete az y-tengely kezdőpontjával!
Írjuk fel a mozgásegyenleteket:

$$mg - K_1 = m_1 a$$
$$K_1 R - K_2 R = \Theta.\beta$$
$$K_2 - F_r = 0,\quad F_r = D(\Delta l + y)$$

A kényszerfeltétel miatt: $a_t = \beta R = a$.
Küszöböljük ki β, K_1, K_2-t és használjuk fel az egyensúlyra vonatkozó feltételt:

$$mg = D\Delta l,$$

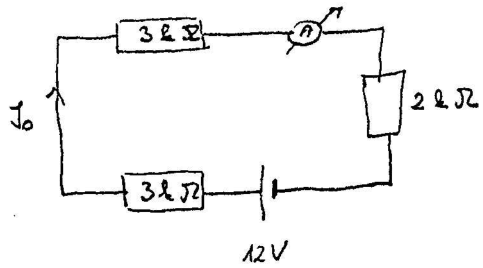
így a $-Dy = (m + M/2)a$ egyenlethez jutunk.

Ebből látszik, hogy olyan harmonikus rezgés jön létre, ahol $\omega^2 = \frac{D}{m + \frac{M}{2}}$,

$$\underline{\underline{T = 2\Pi\sqrt{\frac{m + \frac{M}{2}}{D}} = 0{,}49\ s}}.$$

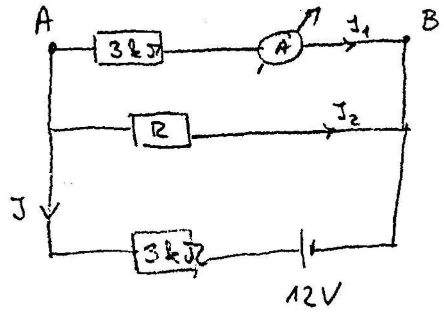
Ha a rugó csak húzóerőt tud kifejteni, akkor $y_{max} \le \Delta l = \frac{mg}{D} = \underline{\underline{19{,}6\ mm}}$.

9. Ha a kapcsolók nyitva vannak, akkor az áramkör a következő módon is lerajzolható:



$$I_0 = \frac{12V}{8k\Omega} = \underline{1,5\ mA}$$

A kapcsolók zárásakor:



$I_1 = I_0 = 1,5\ mA \Rightarrow U_{AB} = 4,5\ V$

Így: $U_{AB} + 3\ k\Omega \cdot I = 12\ V \Rightarrow \underline{I = 2,5\ mA}$

A csomóponti törvényből: $I_2 = I - I_1 = \underline{1\ mA}$

$$\underline{\underline{R}} = \frac{U_{AB}}{I_2} = \underline{\underline{4,5\ k\Omega}}.$$

10. $B_1 = 2\ T$ $A = 0,01\ m^2$ $R = 0,01\ \Omega$ $\Delta t = 10^{-3}\ s$ $B_2 = 1\ T$ $m = 5\ g$ $c = 129,8\ \frac{J}{kg \cdot °C}$

$I = ?$ $Q = ?$ $\Delta T = ?$

Az indukált feszültség: $U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{A \cdot \Delta B}{\Delta t}$

Az indukált áram: $\underline{\underline{I_i}} = \frac{U_i}{R} = -\frac{A \cdot \Delta B}{R \cdot \Delta t} = \underline{\underline{10^3\ A}}.$

A keletkező hő: $\underline{\underline{Q}} = I^2 . R . \Delta t = \underline{\underline{10\ J}}.$

A nyaklánc felmelegedése:

$$\underline{\underline{\Delta T}} = \frac{Q}{m \cdot c} = \underline{\underline{15,4°C}}.$$