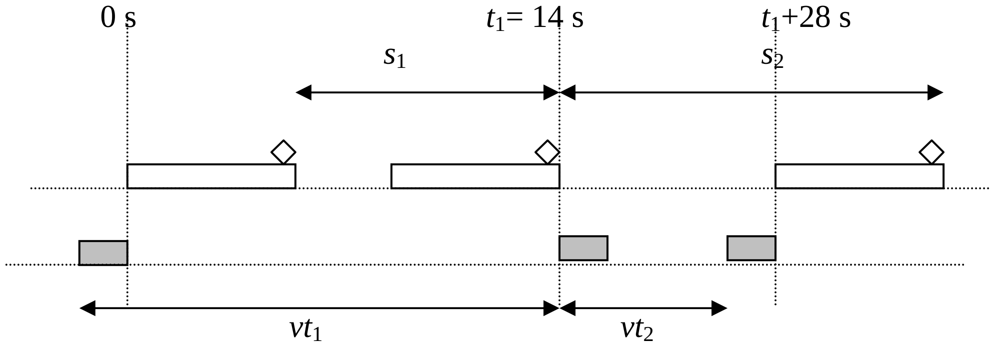
Tornyai Sándor Országos Fizikai Feladatmegoldó Verseny
a református középiskolák számára
Hódmezővásárhely, Bethlen Gábor Református Gimnázium
2003. április 12.

Megoldások:
Számolási hibáért az adott részfeladatra adható pontszám 20%-át vonjuk le.
Fogadjuk el teljes értékűnek, ha g=10m/s² kerekített értékkel számolt a versenyző.
A megoldókulcstól eltérő, elvileg helyes megoldásért is adjuk meg a teljes pontszámot.

1. *(Varga Zsuzsa)*



rajzra *4 pont*

l = 92 m, t_1 = 14 s, t_2 = 28 s, d = 4 m.
v = ?, a = ?

A rajz alapján a megtett utakra fennáll ($s_1 = \frac{a}{2}t_1^2, s_2 = v_2t_2 + \frac{a}{2}t_2^2, v_2 = at_1$):

$vt_1 – s_1 = l + d$,
$s_2 – vt_2 = l + d$. *3+3 pont*

A bal oldalakat egyenlővé téve:

$$vt_1 - s_1 = s_2 - vt_2 \quad \Rightarrow \quad v(t_1 + t_2) = s_1 + s_2 = \frac{a}{2}(t_1+t_2)^2 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{a}{2}(t_1+t_2)$$

Behelyettesítve az első egyenletbe

$$a = \frac{2(l+d)}{t_1t_2} = \underline{\underline{0{,}489 \text{ m/s}^2}}, \quad v = \frac{a}{2}(t_1+t_2) = \underline{\underline{10{,}28 \text{ m/s}}}.$$ *5+5 pont*

Megjegyzés:
Ha az időmérést másképpen gondolta a tanuló, t_2= 14s értékkel számolt, akkor:
$\underline{a = 0{,}98 \text{ m/s}^2}$ és $\underline{v = 13{,}7 \text{ m/s}}$.
Azt javasoljuk, hogy ebben az estben is kapja meg a teljes pontszámot.

2. *(Varga Zsuzsa)*
m = 1750 kg + 80 kg = 1830 kg, v = 8 km/h = 2,22 m/s, = 335 N, F_2 = 405 N, F_{ell} = 500 N.
t = ?
Az autóra ható eredő erő vízszintesen

$F= F_1 + F_2 – F_{ell}$ = 240 N. *10 pont*

Ez az erő gyorsítja az m tömeget, tehát a gyorsulás

$$a = \frac{F}{m} = 0{,}113\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$ *5 pont*

Ezek alapján a vezető $t = \frac{v}{a} = \underline{\underline{17 \text{ s}}}$ múlva engedheti el a kuplungot. *5 pont*

3. *(Hilbert Margit)*

ρ_{fa} = 500 kg/m^3

$\rho_{réz}$ = 8920 kg/m^3

$\underline{\rho_{víz} = 1000 \text{ kg/m}^3}$

r_1/r_2=?

Akkor fog lebegni az összeerősített két korong, amikor teljes bemerüléskor a felhajtóerő megegyezik a súlyerők összegével.

$$r_1^2 \cdot \pi \cdot h \cdot \rho_{réz} \cdot g + r_2^2 \cdot \pi \cdot h \cdot \rho_{fa} \cdot g = \left(r_1^2 \cdot \pi + r_2^2 \cdot \pi\right) \cdot h \cdot \rho_{víz} \cdot g .$$

Innen:

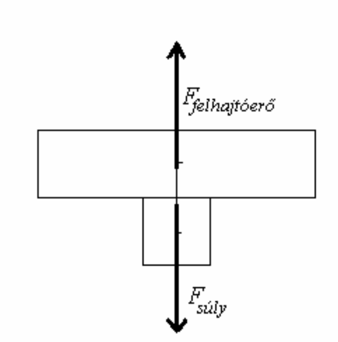
$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{\rho_{réz} - \rho_{víz}}{\rho_{víz} - \rho_{fa}}} = 3{,}98 \approx \underline{\underline{4}}. \qquad \textit{10 pont}$$

Ahhoz, hogy a test helyzetét megvizsgáljuk lebegés közben, meg kell határoznunk a tömegközéppont helyét és a kiszorított víz súlypontját is.

Határozzuk meg a hengerek tömegének arányát:

$$\frac{m_{réz}}{m_{fa}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \frac{\rho_{réz}}{\rho_{fa}} = \underline{\underline{1{,}115}}.$$

Vagyis a tömegközéppont a rézhenger belsejében a tengelyen, nem messze a közös határfelülethez található. *3 pont*



A fahenger 16-szor nagyobb térfogatú, így a kiszorított víz súlypontja a fahenger súlypontjához van közelebb, *h*-nak a 17-ed résznyi távolságára, csaknem egybeesik azzal. *3 pont*

A közös tengely függőlegesen áll, és a réz van alul. Ha ebből a helyzetből kicsit kibillen, akkor az erőpár visszaforgatja ebbe a helyzetbe. Ha fordítva állna (a réz lenne felül), akkor hasonló esetben az erőpár tovább fordítaná, ez nem stabil egyensúly. *4 pont.*

Megjegyzés:

Ha a stabil egyensúlyi helyzetet leírja indoklás nélkül, akkor a második 10 pontból 5 pontot kapjon.

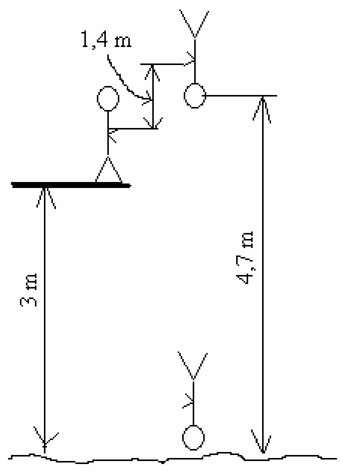
Ha csak a labilis egyensúlyi helyzetet adja meg, akkor csak 2 pontot kapjon.

Ha megadja mindkét egyensúlyi helyzetet, megállapítja melyik a stabil, akkor kapjon erre a részre 7 pontot.

4. *(Hilbert Margit)*

h_1= 1,4 m

$\underline{h_2\text{= 4,7 m}}$



Bontsuk fel a mozgást két szakaszra, az emelkedésre, és a szabadesésére.

$$t_{em} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = \underline{0{,}534 s}, \qquad t_{esés} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} = \underline{0{,}979 s},$$

10 pont

Az első félfordulathoz tartozó periódusidő, szögsebesség:

T_1= 2t_{em}= 1,068 s, ω_{f1}= 5,88 1/s.

A két fordulathoz tartozó adatok:T_2= $t_{esés}$/2 = 0,49 s, ω_{f2}= 12,82 1/s.

Átlagos értékek: $T_{átl}$=(t_{em}+ $t_{esés}$)/2,5 = $\underline{\underline{0{,}605 \text{ s}}}$, $\underline{\underline{\omega_{fátl}\text{= 10,38 1/s}}}$. *4 pont*

A forgás a testünk egyenes tartásában vízszintesen elhelyezkedő tömegközépponti tengely körül jön létre (szaltó). *1 pont*

A csavarásnál a hosszanti tengely körül történik az elfordulás. *1 pont*

$T_{csavarás}$= $t_{esés}$/3 = $\underline{\underline{0{,}326 \text{ s}}}$, $\underline{\underline{\omega_{csátl}\text{= 19,24 1/s}}}$. *4 pont*

5. (*Varga Zsuzsa)*
N=30, P= 13 W, t = 45 perc = 2700 s, V = 300 m^3, T_1 = 294 K, p = 10^5 Pa, f = 5.
ΔT = ?

$$Q = N \cdot P \cdot t = 1{,}053 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

A térfogat állandónak tekinthető, tehát *6 pont*

$$Q = \frac{f}{2} nR\Delta T \,, \qquad pV = nRT_1. \qquad \textit{6+4 pont}$$

A két egyenletet elosztva egymással:

$$\frac{Q}{pV} = \frac{f}{2}\frac{\Delta T}{T_1}.\ \text{Ebből } \Delta T = \frac{2}{f}\frac{Q}{pV}T_1 = \underline{\underline{4{,}13°}} \text{ a terem hőmérsékletemelkedése.} \qquad \textit{4 pont}$$

6. (*Hilbert Margit)*
1-es gáz jellemzői: p_1, V_1, T_1= 300 K, N_1
2-es gáz állapothatározói: p_2=$2p_1$, V_2= $2V_1$, T_2= 1,2T_1 = 360 K, N_2

Ha az összekötő cső falán elhanyagolható az energiaveszteség, akkor a kiinduláskor meglévő belső energiák összege megegyezik az összekötés utáni belsőenergiával, az össztérfogat a két tartály térfogatának összege és az összes gázmolekula száma megegyezik a tartályokban kezdetben lévő molekulák számának összegével.
Jelöljük a végállapotban T-vel a közös hőmérsékletet:

$$\frac{f}{2}N_1kT_1 + \frac{f}{2}N_2kT_2 = \frac{f}{2}(N_1 + N_2)kT\ .$$

Felhasználva az ideális gázokra vonatkozó állapotegyenletet:

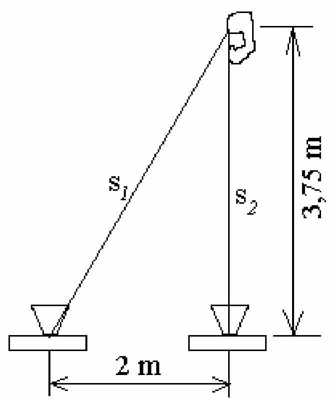
$p_1V_1=N_1kT_1$, innen $N_1 = \dfrac{p_1V_1}{kT_1}$ $\quad p_2V_2=N_2kT_2$ $\quad N_2 = \dfrac{p_2V_2}{kT_2}$ $\quad p(V_1+V_2)=(N_1+N_2)kT$

10 pont

(Ebből kiszámítható a közös nyomás: $\underline{p= 5p_1/3}$.)

Behelyettesítés után kapjuk, hogy : $\underline{\underline{T = \dfrac{6}{5{,}2}T_1 = 346{,}2K}}$. *10 pont*

7. (*Hilbert Margit)*
d= 2 m
l= 3,75 m
c= 340 m/s
f= 20-20000 1/s



A két azonos fázisban induló hanghullám a fülbe útkülönbséggel érkezik:

$$s_1 - s_2 = \sqrt{d^2 + l^2} - l = \underline{\underline{0{,}5m}}.$$

Erősítés ott lesz, ahol:

$$s_1 - s_2 = k\lambda \text{ teljesül, mivel } \lambda = \frac{c}{f},$$

$$f = k\frac{c}{s_1 - s_2} = \underline{\underline{k \cdot 680\frac{1}{s}}}\text{, ahol k= 1, 2,…, 29. Azaz: } f\text{= 680, 1360, 2040, …,19720 Hz.}$$

10 pont

7. folytatása
Maximális gyengítés ott lesz, ahol:

$s_1 - s_2 = (2n-1)\frac{\lambda}{2} = (2n-1)\frac{c}{2f}$, innen

$f = (2n-1)\frac{c}{2(s_1 - s_2)} = \underline{\underline{(2n-1)\cdot 340\frac{1}{s}}}$, ahol n= 1, 2, …, 29. f= 340, 1020, 1700,, 19380 Hz.

10 pont

Megjegyzés:
Ha az egész számok értékénél nem keresi meg a legkisebbet és a legnagyobbat, akkor javaslom, hogy alkérdésenként vonjunk le 2-2 pontot.

8. *(Varga Zsuzsa)*

F = 1,2 N, d = 0,2 m, $k = 9\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$

Q_1 = ?, Q_2 = ?

A két töltés között a Coulomb-erő hat, ennek nagysága:

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{d^2}. \qquad (1) \qquad\qquad \textit{3 pont}$$

Amikor összeérintkeznek és szétválnak, az eredeti össztöltésük ($Q_1 - Q_2$) elfeleződik:

$$Q = \frac{Q_1 - Q_2}{2} \qquad (2) \qquad\qquad \textit{4 pont}$$

A d távolságban ható köztük ható erő nagyságra azonos az előzővel:

$$F = k\frac{Q^2}{d^2}. \qquad (3) \qquad\qquad \textit{3 pont}$$

Rendezzük az egyenleteket:

$$Q_1Q_2 == \frac{F}{k}d^2, \qquad Q^2 = \frac{(Q_1 - Q_2)}{2} == \frac{F}{k}d^2.$$

Ez utóbbiból $Q = \pm\, 2{,}31\cdot 10^{-6}$ C.

Behelyettesítve (1) és (2)-be:

$$Q_1Q_2 = Q^2, \qquad (4)$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{2} = \pm Q. \Rightarrow \quad Q_1 = \pm 2Q + Q_2.$$

(4)-ből a következő másodfokú egyenlet adódik Q_2-re:

$$Q_2^2 \pm 2QQ_2 - Q^2 = 0. \ (5) \qquad\qquad \textit{4 pont}$$

Megoldva: $Q_2 = \pm Q(\sqrt{2} - 1) = \pm 0{,}414Q$, és $Q_1 = \pm Q(\sqrt{2} + 1) = \pm 2{,}414Q$.

Az eredeti töltések ellenkező előjelűek, tehát a feladat megoldása előjeles töltéseket írva:

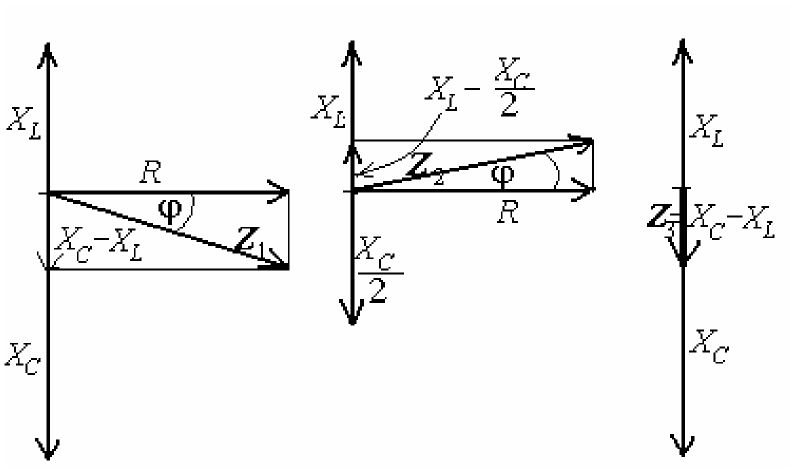
a) $Q_1 = \underline{\underline{5{,}576\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}}$, $Q_2 = \underline{\underline{-0{,}956\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}}$, azaz $Q > 0$. *4 pont*

Vagy b) $Q_1 = -5{,}576\cdot 10^{-6}$ C, $Q_2 = 0{,}956\cdot 10^{-6}$ C, azaz $Q < 0$. *2 pont*

Megjegyzés:
(5) az egyenlet rendszer rendezésétől függően negyedfokú egyenlet is lehet.

9. *(Hilbert Margit)*
U_{eff}= 120 V
I_{eff}= 2 A
φ_1 = 20° (siet)
φ_2 = 10° (késik)
f = 60 Hz
R=?, L=?, C=?

A kapcsoló mindhárom helyzetében lényegében egy-egy soros RLC kört kapunk, melyek leírásához a vektorábrát érdemes felrajzolni, melyben a vektorok a váltóáramú ellenállásokat jelölik, a berajzolt φ szög, az áram és a generátor feszültsége közötti fáziskülönbséget mutatja (az áram vektor az ohmos ellenállással azonos irányú, az eredő feszültség vektor az eredő impedanciával).



Első eset:

(1) $\quad tg\varphi_1 = \dfrac{X_C - X_L}{R}$, ahol X_C= $(2\cdot\pi\cdot f\cdot C)^{-1}$, X_L= $2\cdot\pi\cdot f\cdot L$,

A kapcsoló 1-es állásában (második ábrarészlet):

(2) $\quad tg\varphi_2 = \dfrac{X_L - \dfrac{X_c}{2}}{R}$, tekintettel arra, hogy ebben az esetben a két kondenzátor párhuzamosan van kapcsolva és ezért a $C_{eredő}$= $2\cdot C$.

A kapcsoló 2-es állásában (harmadik ábrarészlet):

(3) $\quad Z_3$= X_C-X_L= U_{eff}/I_{eff} = 60 Ω. *5 pont*

A három egyenletből álló rendszer megoldása:

R= 60 Ω/tg 20°= 164,85 Ω *5 pont*

X_c= 2·60 Ω(tg 20°+tg 10°) = 178,14 Ω

X_L= Xc - 60 Ω= 118,14 Ω *5 pont*

Innen: $L = X_L/\omega$ = 0,314 H *2 pont*

$C = 1/\omega X_C$= 14,9 μF. *3 pont*

10. *(Varga Zsuzsa)*
$P_1 = 10^{14}$ W, $t_1 = 1{,}1\cdot10^{-11}$ s, λ_1 = 1060 nm, N_1 foton, $P_2 = 10^{-3}$ W, λ_2 = 633 nm.
t_2 = ? napokban, ha $N_1 = N_2$.

$E_1 = P_1\, t_1$, másrészt $E_1 = h\nu_1 N_1$, $\Rightarrow$ $N_1 = \dfrac{E_1}{h\nu_1} = \dfrac{P_1 t_1}{h\nu_1}$ *7 pont*

$E_2 = P_2\, t_2$ és $E_2 = h\nu_2 N_2$, $\Rightarrow$ $t_2 = \dfrac{E_2}{P_2} = \dfrac{h\nu_2 N_2}{P_2} = \dfrac{h\nu_2 N_2}{P_2} = \dfrac{\nu_2}{P_2}\dfrac{P_1}{\nu_1}t_1$. *7 pont*

Mivel $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$, $t_2 = \dfrac{P_1}{P_2}\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}t_1$ = 1842022 s = 21 nap. *6 pont*