9. évfolyam

1. feladat:
Elegendő egyetlen dobásnál elvégezni az összehasonlítást:
$t_P = 2 \cdot t_S$
A labda addig emelkedik, amíg a kezdősebesség 0-ra csökken.
A függőlegesen feldobott labda sebessége az eldobás pillanatától számítva az időt:

$v = v_0 - g \cdot t$, ha $v = 0$, akkor $0 = v_0 - g \cdot t_e$, $v_0 = g \cdot t_e$ és $t_e = \dfrac{v_0}{g}$. **6 pont**

Ahol t_e emelkedési idő fele a labda feldobás és elkapása közötti időnek.

A két fiú esetén a kezdősebességek aránya: $\dfrac{v_{0P}}{v_{0S}} = \dfrac{g \cdot \frac{t_P}{2}}{g \cdot \frac{t_S}{2}} = \dfrac{t_P}{t_S} = \underline{2}$. **6 pont**

A labda emelkedési magasságainak aránya: $\dfrac{h_P}{h_S} = \dfrac{v_{0P} \cdot t_{eP} - \frac{g}{2} \cdot t_{eP}^2}{v_{0S} \cdot t_{eS} - \frac{g}{2} \cdot t_{eS}^2} = \dfrac{g \cdot t_{eP}^2 - \frac{g}{2} \cdot t_{eP}^2}{g \cdot t_{eS}^2 - \frac{g}{2} \cdot t_{eS}^2} = \underline{4}$. **8 pont**

Peti kétszer olyan sebességgel dobja fel a labdát, mint Sanyi, ami négyszer magasabbra emelkedik Sanyi labdájánál.

2. feladat:
A másodpercenkénti tíz felvillanásból kiszámolható két felvillanás kezdete között eltelt idő, azaz a periódusidő: T = 0.1 s **3 pont**
Ez az időtartam két részre osztható: a fényképen L_{LED} = 5 mm-es világos és $L_{sötét}$ = 15 mm-es sötét szakaszra, így a teljes szakasz, azaz egy periódus hossza: L = 5 mm + 15 mm = 20 mm

A felvillanás ideje: $T_{LED} = L_{LED} \cdot \dfrac{T}{L} = 5\ \text{mm} \cdot \dfrac{0.1\ \text{s}}{20\ \text{mm}} = 0.025\ \text{s} = \underline{25\ \text{ms}}$ **3 pont**

Az exponálás alatt négy, teljes felvillanás látszik. Ez alapján a lehetséges legrövidebb záridő az első felvillanás kezdetétől az utolsó végéig tarthatott, azaz három teljes periódust és egy felvillanásnyi időtartamot foglal magában:
$T_{EXP,min} = 3 \cdot T + T_{LED} = 3 \cdot 0.1\ \text{s} + 0.025\ \text{s} = 0.325\ \text{s} = \underline{325\ \text{ms}}$
A lehetséges leghosszabb pedig egy sötét szakasz elején kezdődik, négy felvillanási periódust foglal magában, tehát egy sötét szakasz végén fejeződik be:
$T_{EXP,max} = T - T_{LED} + 4 \cdot T = 5 \cdot 0.1\ \text{s} - 0.025\ \text{s} = 0.475\ \text{s} = \underline{475\ \text{ms}}$
A fényképfelvétel időtartama 325 ms és 475 ms közé eshetett. **4 pont**
(Ha a záridőt pl. $4T_{LED}$= 400 ms idővel becsüli meg, vagy egy, a két szélsőérték közé eső értékkel adja meg, akkor adjunk 2 pontot.)
A kerék fényképen mért és valóságos méretéből a méretarányra következtethetünk:

$M = \dfrac{28\ \text{hüvelyk}}{24\ \text{mm}} = \dfrac{711\ \text{mm}}{24\ \text{mm}} = 29.6$ **5 pont**

Ez azt jelenti, hogy egy villogási periódus alatt megtett út: $L' = M \cdot L = 29.6 \cdot 20\ \text{mm} = 592\ \text{mm}$.

Ismerjük az út megtételéhez szükséges időt is, ami a periódusidő.

Ebből a biciklis sebessége: $v = \frac{L'}{T} = \frac{592\ mm}{0.1\ s} = 5.92\frac{m}{s} \approx 6\frac{m}{s}$ **5 pont**

3. feladat

Adatok:

v_0=90 km/h= 25 m/s v_1= 54 km/h= 15 m/s t = 4 s

μ = 0,24

Először számoljuk ki a teherkocsi gyorsulását! Mivel a teherkocsi egyenletesen lassul, használhatjuk gyorsulásának nagyságának kiszámítására a definíciót, miszerint $|a| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{v_0 - v_1}{t} = 2,5 m/s^2$! **3 pont**

Tekintsük a láda és a kocsi mozgását egy külső megfigyelő szempontjából! A ládára ható súrlódási erő nagysága $S = \mu \cdot m \cdot g$, és a ládára csak ez az egy erő hat vízszintes irányban. Ahhoz, hogy a láda a gyorsulással mozogjon, azaz a teherautóhoz képest ne mozduljon el, $m \cdot a$ erőnek kell hatni rá. Vegyük észre, hogy a súrlódási erő nagysága g =9,81 m/s^2 esetén S=m·2,3544 N, míg g'=10 m/s^2 esetén S=m·2,4 N, míg, míg $m \cdot a = m \cdot 2,5$ N. Ez mind a két esetben kisebb, mint ami ahhoz kellene, hogy a teherautóval együtt mozogjon a láda, így a láda külön fog mozogni, és a súrlódási erő fogja megváltoztatni a láda sebességét. **3 pont**

A súrlódási erő iránya ellentétes a láda kocsihoz képesti mozgásának irányával. A láda előrecsúszik a kocsihoz képest, és csökken a sebessége egészen addig, amíg megegyezik a sebessége az autó sebességével. A láda lassulása: $a_L = \frac{S}{m} = \mu \cdot g$. **3 pont**

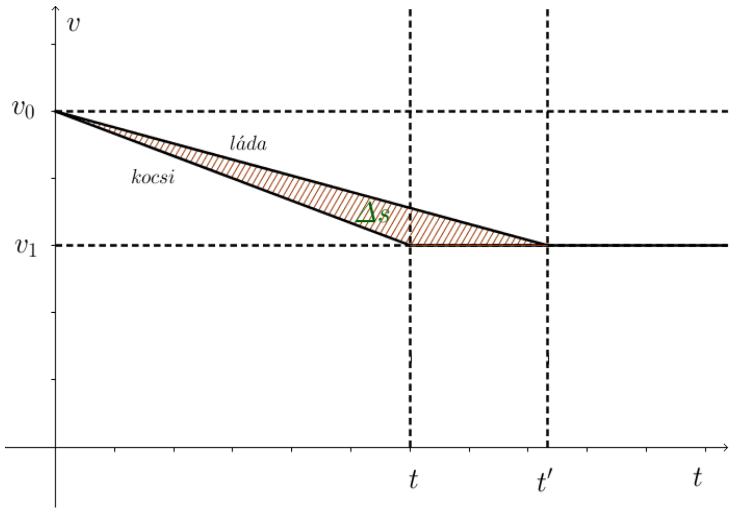
Rajzoljuk fel a kocsi és a láda mozgásának v(t) diagramját! Ehhez először ki kell számolnunk azt, hogy mennyi ideig mozgott a láda a kocsihoz képest. A láda t_L ideig tartó mozgása során a sebesség-változása ugyanakkora, mint a kocsié t idő alatt. Azaz $\Delta v = \mu \cdot g \cdot t_L$ azaz $t_L = \frac{\Delta v}{\mu \cdot g}$.

3 pont

A v(t) diagram segítségével kiszámolhatjuk, hogy a kocsihoz képest mennyit mozdult el a láda. Ez a Δs elmozdulás kiszámítható azon síkidom területéből, amit akkor kapunk, ha a láda v(t) diagramjának területéből kivonjuk a kocsiét. Vegyük észre, hogy ez egy háromszög lesz.

Tekintsük az ábrát!

Az ábrán jól látszik, hogy a keresett Δs elmozdulás nagysága a besatírozott háromszög területével egyenlő. Ez pedig kiszámítható a következő módon: $\Delta s = \frac{1}{2}\frac{v_0 - v_1}{t_L - t}$.



3 pont

g=9,81 m/s² esetén $\Delta t = t_L - t = 0{,}247\,s$, $\Delta s = 1{,}237\ m \approx \underline{1{,}24\ m}$. **2 pont**

g=10 m/s² esetén $\Delta t = t_L^{'} - t = 0{,}167\ s$, $\Delta s' = 0{,}833\ m \approx \underline{0{,}83\ m}$. **2 pont**

Tapasztalataink szerint általában a g közelítő értékének használata nem okoz nagyobb hibát az eredményben. Ebben az esetben a hiba nagyon jelentős! Az eltérés azzal magyarázható, hogy a láda gyorsulása nagyon közel van a kocsiéhoz, így kis változás a láda gyorsulásában nagy változást okoz a mozgásának idejében és a láda kocsihoz képesti megcsúszásának hosszában is.

1 pont

Alternatív megoldásként felírható a t_L idő alatt a kocsi, illetve a láda által megtett út, és a kettő különbségeként a láda megcsúszásának hossza jön ki.

g=9,81 m/s² esetén

$$t_L = 4{,}247\,s, \quad s_L = \frac{v_0 + v_1}{2} t_L = \underline{84{,}95\ m}$$

$$s_A = \frac{v_0 + v_1}{2} t + v_1 \left(t_L - t \right) = 83{,}71\ m$$

Elcsúszás mértéke: $\Delta s = 1{,}24\ m$.

g=10 m/s² esetén $t_L^{'} = 4{,}167\ s$, $s_L^{'} = 83{,}33\ m$ $s_A^{'} = 82{,}51\ m$ $\Delta s' = 0{,}82\ m$.

Megjegyzés: Előfordulhat, hogy a megoldás során megfeledkezik arról valaki, hogy a láda mozgásának az ideje hosszabb, mint 4 s. Ebben az esetben is nagyon hasonló végeredményre jut. Ez a megoldás elvileg hibás. Ebben az esetben maximum 10 pontot adjunk.

4. feladat.

A feladat két kérdésből áll. Kérdésenként maximum 10-10 pont adható. Az egyes kérdéseknél az egyértelműen megjelölt helyes válasz 5 pontot ér. Az indoklásért maximum 5 pont adható.

A Hold Föld körüli pályamozgása és a Föld forgása azonos irányú, ebből következően a Hold Földre vetett árnyéka és a Föld forgása azonos, nyugat-kelet irányú.

A Hold pályasebessége kb. 1 km/s. Hold-Föld távolság elhanyagolható a Nap-Hold távolság mellett, így a Földön az Hold vetett árnyéka is kb. 1 km/s sebességgel halad.
A Föld forgásából adódó sebesség az egyenlítőn a maximális, kb. 0.46 km/s.
Mivel a Hold vetett árnyéka minden esetben nagyobb sebességgel halad, mint a Föld forgásából adódó sebesség, így elsősorban a Hold mozgása határozza meg a Hold árnyékának nyugat- kelet irányú mozgását, azaz a **c válasz a helyes**.

A Hold Föld körüli pályamozgása és a Föld forgása azonos irányú, de a Holdnak 27.32 nap kell, hogy megkerülje a Földet, míg a Föld 24 óra alatt fordul meg tengelye körül. Valós sebessége ugyan nagyobb, mint a Föld forgásából adódó sebesség, de a szögsebessége sokkal kisebb. Ez okozza azt, hogy látszólag visszafelé mozog; ugyanúgy, mint amikor nagy sebességű kocsival leelőzünk egy gyalogost: a kocsiból nézve visszafelé mozog. **Helyes válasz a b**.

5. feladat

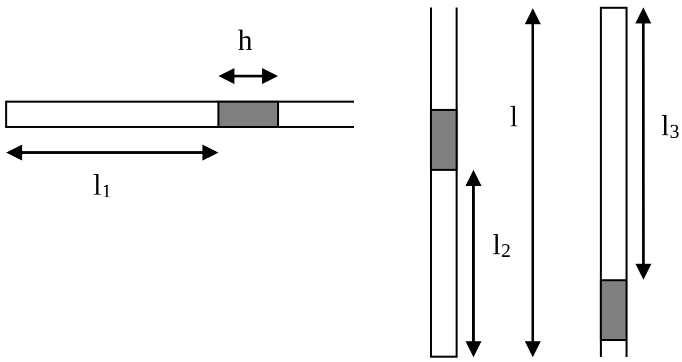
A feladat két kérdésből áll. Kérdésenként maximum 10-10 pont adható. Az egyes kérdéseknél az egyértelműen megjelölt helyes válasz 5 pontot ér. Az indoklásért maximum 5 pont adható.

Az első kérdéssorból a **b) az egyedüli igaz állítás**.
A tapadási erő ellen nem végzünk munkát, mert annál az elmozdulás nulla. A gördülő ellenállás ellen munkát kell végezni. Ezt ki lehet próbálni akkor, ha kicsit felemeljük a hajtott kereket, és úgy tekerjük a biciklit, akkor lényegesen kisebb erővel kell hajtani a pedált.
A kerékpár mozgatásakor kell munkát végezni, amelyek nagy része a tengelyeknél fellépő súrlódás, és a gördülő ellenállás miatt szükséges. Ezek összességében kisebbek, mint a gyaloglás, vagy futás közben végzendő munka. Még a nagyobb mozgási energia megszerzése is kisebb munkavégzéssel jár (hacsak nem túl nagy a sebesség) a futó tömegközéppontjának függőleges irányú elmozdulásából eredő izommunkához képest.

A gyorsulásra vonatkozó kérdések közül a **d) válasz a hamis**.
Elegendő annyi indoklás is, hogy elhanyagolva a tömegközéppont függőleges irányú mozgását, az a kör alakú pályán egyenletes körmozgást végez, az ehhez tartozó centripetális gyorsulás nem nulla. A d) válasz hamis.
Az a) válasz helyességét mutatja az, hogy a körmozgás miatt mindkettőjüknek van centripetális gyorsulása, ami a kör középpontja fele mutat.
A b) válasznál gondoljuk meg, hogy a kerék kerületi pontjai a vázhoz képest egyenletes körmozgást végeznek a nagyobb sugár miatt ezek sebessége nagyobb, mint a fogaskerekek kerületi pontjaié. Ehhez tartozik egy centripetális gyorsulás. Ez ugyan a kerekek minden kerületi pontjára azonos nagyságú, de a válasz nem is állította, hogy csak egy pontnak lenne maximális a gyorsulása. Természetesen ehhez még hozzáadódik az előzőnél lényegesen kisebb, a pálya középpontjába mutató gyorsulás.
c) A futó lábfeje bonyolult mozgást végez, biztosan nem egyenes vonalú a mozgása. A pályája legmagasabb és legalacsonyabb pontjában a függőleges gyorsulása ellentétes irányú. Közben lesz olyan pont, ahol a gyorsulásának csak vízszintes összetevője lesz.
Hasonló mondható a futó tömegközéppontjának a mozgásáról is.

10. évfolyam

1. feladat



Adatok: $l = 0{,}46$ m $l_1 = 0{,}34$ m $l_2 = 0{,}30$ m $h = 0{,}10$ m

$g = 9{,}81\ m/s^2 \sim 10\ m/s^2$ $\rho = 13546\ kg/m^3 \sim 13600\ kg/m^3$

Feltételezzük, hogy a cső és benne a levegő hőmérséklete végig a szoba hőmérsékletével egyezik, azaz állandó. A cső állandó keresztmetszete legyen A, írjuk fel az első két állapothoz a Boyle-Mariotte törvényt:

$V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2$ részletesebben

$A \cdot l_1 \cdot p_0 = A \cdot l_2 \left(p_0 + \rho \cdot g \cdot h \right)$, innen **12 pont**

$$p_0 = \frac{l_2 \cdot \rho \cdot g \cdot h}{l_1 - l_2} = \underline{\underline{99{,}66\ kPa}}\ \text{(a kerekített értékkel számolva 102 kPa)}$$

A harmadik esetben a számolásnál tegyük fel, hogy a higany nem folyik ki a csőből. Nézzük meg ehhez milyen hosszú csőre lenne szükség!

$p_3 = p_0 - \rho \cdot g \cdot h = 99{,}66 kPa - 13{,}29 kPa = \underline{86{,}37\ kPa}$ $(\sim 88{,}4 kPa)$ **3 pont**

A Boyle-Mariotte törvényt alkalmazva:

$V_1 \cdot p_0 = V_3 \cdot p_3$ innen

$l_1 \cdot p_0 = l_3 \cdot p_3$ **3 pont**

$$l_3 = \frac{p_0}{p_3} l_1 = \underline{0{,}392\ m}\ \text{(ugyaneztkapjuk a kerekített értékekkel számolva)}$$

Mivel a gáz számított hossza és a higany hossza összesen (49,2 cm) nagyobb, mint a cső 46 cm-es hossza, ez a kísérlet a higany kiömlésével járna. **2 pont**

Megjegyzés: Ebben a megoldásban a felületi feszültségből származó görbületi nyomás hatását figyelmen kívül hagytuk. Ennek hatása 1-2 mm-es csősugár esetén nem okoz jelentős hibát.
1 mm-es sugár esetén a görbületi nyomás <100 Pa.

2/A. feladat.

A függvénytáblázat alapján víz sűrűsége 100 °C-on 958,4 kg/m³, 200 °C-on 864,7 kg/m³, míg a telített vízgőz sűrűsége ugyanezen hőmérsékleteken rendre 0,598 kg/m³, illetve 7,86 kg/m³, nyomása pedig 1 atmoszféra, azaz 101,3 kPa, valamint 15,49 atmoszféra, azaz 1,55 MPa.

A megoldáshoz feltételezhetjük, hogy az edény hőtágulása elhanyagolható, azaz az edény térfogata állandó. A feladat alapján csak víz és telített gőze van az edényben, összes térfogatuk V_0=10 liter, összes tömegük m_0=40 gramm. Azaz két egyenletet írhatunk fel:

$$V_0=V_{víz}+V_{gőz}$$
$$m_0=m_{víz}+m_{gőz}$$

Felhasználva a $m=\rho*V$ összefüggést, egy kétismeretlenes, elsőfokú egyenletrendszert kapunk, amelyet meg lehet oldani. Az egyenletrendszer:

$$V_0=V_{víz}+V_{gőz}$$
$$m_0=\rho_{víz}\cdot V_{víz}+\rho_{gőz}\cdot V_{gőz}$$

Rendezés után az egyenletrendszer megoldása:

$$V_{víz}=(m_0-\rho_{gőz}\cdot V_0)/(\rho_{víz}-\rho_{gőz})$$
$$m_{víz}=\rho_{víz}\cdot V_{víz}$$ **8 pont**

a) Ezek alapján a képletekbe behelyettesítve :
100 °C-on a víz térfogata: $V_{víz}$= 35,5 cm^3, tömege $m_{víz}$=34,0 g.
A telített gőz adatai: $V_{gőz}$ = 9964,5 cm^3 , tömege: $m_{gőz}$= 6,0 g, nyomása itt éppen 1 atmoszféra, azaz 101325 Pa. 2+2+2=**6 pont**

b) 200˚C-on, a fenti számolás nem alkalmazható, hiszen ekkora az összes víz, tehát a víz 100%-a elforr. A fenti számolást alkalmazva a víz tömegére negatív szám jönne ki, ami egyértelműen helytelen. **2 pont**

Ehelyett a gőz nyomását az ideális gázok állapotegyenletéből lehet számolni:

$$p_{gőz}\cdot V_0=(m_0/M_{víz})\cdot R\cdot T$$
$$p_{gőz}=(m_0\cdot R\cdot T)/(M_{víz}\cdot V_0)=\underline{874{,}2\ \text{kPa}}$$ **3 pont**

Ez a nyomás az eredetinek <u>8,63-szorosa</u>. **1 pont**

2/B feladat

Az R_1 = 25 **Ω**-os ellenálláson eső U_1 = 60 V-os feszültség $I_1 = U_1/ R_1$ = 2.4 A-es áramerősséget jelent. **2 pont**

Az R_2 = 50 **Ω**-os ellenálláson is ugyanúgy $U_2 = U_1$ = 60 V feszültség esik, ami alapján $I_2 = U_2/ R_2$ = 1.2 A. **2 pont**

A főágban folyó összes áramerősség így $I = I_1 + I_2$ = 3.6 A

Ebből kiszámolható az R ellenállás értéke: $P = R\cdot I^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{760\ W}{(3.6\ A)^2} = \underline{58.64\ \Omega}$ **5 pont**

A kapcsolás teljes eredő ellenállása:

$$R_e = R + \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} = 58.64\ \Omega + 16.67\ \Omega + 30\ \Omega = 105.31\ \Omega$$ **3 pont**

A U feszültségforrás értéke: $U = R_e\cdot I = 105.31\ \Omega\cdot 3.6\ A = \underline{379.1\ V}$ **3 pont**

A teljes áramkör teljesítményfelvétele: $P_{össz} = U\cdot I = 379.1\ V\cdot 3.6\ A = 1364.8\ W$

Ebből kiszámolható, hogy az 1-4 fogyasztók összes teljesítményfelvétele $P_{1-4} = P_{össz} - P$ = 1364.8W – 760 W = 604.8 W; ami kisebb, mint az R ellenállás által felvett 760 W. Ez alapján megállapíthatjuk az egyes fogyasztók teljesítményének kiszámolása nélkül is, hogy egyik sem vesz fel 760 W-nál nagyobb teljesítményt. **5 pont**

Természetesen az is teljes értékű megoldás, ha a versenyző az egyes fogyasztók teljesítményfelvételét külön-külön kiszámolja.

Az 3 és 4 fogyasztókon eső feszültség: $U_3 = U_4 = \dfrac{I}{\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}} = \dfrac{3.6\ A}{30\ \Omega} = 108\ V$

$$P_1 = \frac{(60\ V)^2}{25\ \Omega} = 144\ W,\quad P_2 = \frac{(60\ V)^2}{50\ \Omega} = 72\ W,\quad P_3 = \frac{(108\ V)^2}{75\ \Omega} = 152.5\ W,\quad P_4 = \frac{(108\ V)^2}{50\ \Omega} = 233.3\ W.$$

3. feladat

Adatok:

v_0=90 km/h= 25 m/s $\qquad$ v_1= 54 km/h= 15 m/s $\qquad$ t = 4 s

μ = 0,24

Először számoljuk ki a teherkocsi gyorsulását! Mivel a teherkocsi egyenletesen lassul, használhatjuk gyorsulásának nagyságának kiszámítására a definíciót, miszerint $|a| = \dfrac{|\Delta v|}{\Delta t} = \dfrac{v_0 - v_1}{t} = 2{,}5 m/s^2$! **3 pont**

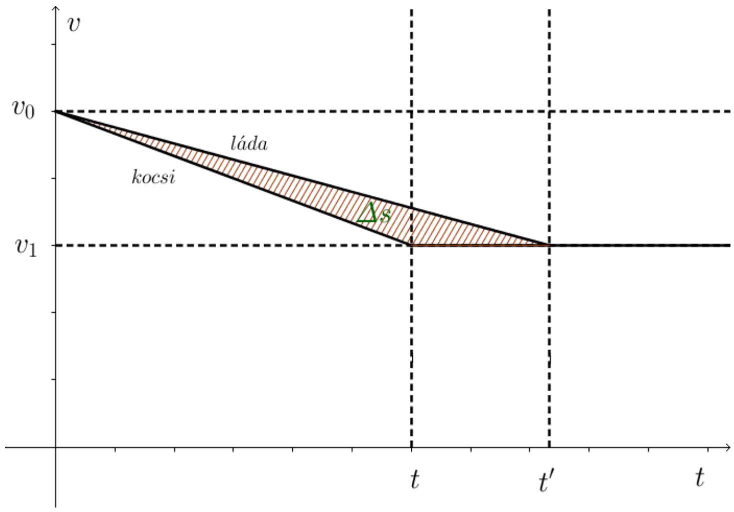
Tekintsük a láda és a kocsi mozgását egy külső megfigyelő szempontjából! A ládára ható súrlódási erő nagysága $S = \mu \cdot m \cdot g$, és a ládára csak ez az egy erő hat vízszintes irányban. Ahhoz, hogy a láda a gyorsulással mozogjon, azaz a teherautóhoz képest ne mozduljon el, $m \cdot a$ erőnek kell hatni rá. Vegyük észre, hogy a súrlódási erő nagysága g =9,81 m/s^2 esetén S=m·2,3544 N, míg g'=10 m/s^2 esetén S=m·2,4 N, míg, míg $m \cdot a$=m·2,5 N. Ez mind a két esetben kisebb, mint ami ahhoz kellene, hogy a teherautóval együtt mozogjon a láda, így a láda külön fog mozogni, és a súrlódási erő fogja megváltoztatni a láda sebességét. **3 pont**

A súrlódási erő iránya ellentétes a láda kocsihoz képesti mozgásának irányával. A láda előrecsúszik a kocsihoz képest, és csökken a sebessége egészen addig, amíg megegyezik a sebessége az autó sebességével. A láda lassulása: $a_L = \dfrac{S}{m} = \mu \cdot g$. **3 pont**

Rajzoljuk fel a kocsi és a láda mozgásának v(t) diagramját! Ehhez először ki kell számolnunk azt, hogy mennyi ideig mozgott a láda a kocsihoz képest. A láda t_L ideig tartó mozgása során a sebesség-változása ugyanakkora, mint a kocsié t idő alatt. Azaz $\Delta v = \mu \cdot g \cdot t_L$ azaz $t_L = \dfrac{\Delta v}{\mu \cdot g}$.

3 pont

A v(t) diagram segítségével kiszámolhatjuk, hogy a kocsihoz képest mennyit mozdult el a láda. Ez a Δs elmozdulás kiszámítható azon síkidom területéből, amit akkor kapunk, ha a láda v(t) diagramjának területéből kivonjuk a kocsiét. Vegyük észre, hogy ez egy háromszög lesz. Tekintsük az ábrát!



3 pont

Az ábrán jól látszik, hogy a keresett Δs elmozdulás nagysága a besatírozott háromszög területével egyenlő. Ez pedig kiszámítható a következő módon: $\Delta s = \frac{1}{2}\frac{v_0 - v_1}{t_L - t}$.

g=9,81 m/s^2 esetén $\Delta t = t_L - t = 0{,}247\,s$, $\Delta s = 1{,}237\text{ m} \approx \underline{1{,}24\text{ m}}$. **2 pont**

g=10 m/s^2 esetén $\Delta t = t_L' - t = 0{,}167\text{ s}$, $\Delta s' = 0{,}833\text{ m} \approx \underline{0{,}83\text{ m}}$. **2 pont**

Általában a g közelítő értékének használata nem okoz nagyobb hibát az eredményben. Ebben az esetben a hiba nagyon jelentős! Az eltérés azzal magyarázható, hogy a láda gyorsulása nagyon közel van a kocsiéhoz, így kis változások láda gyorsulásában nagyobb változásokat okoznak a láda kocsihoz képesti gyorsulásában, így a mozgásának idejében és a láda kocsihoz képesti megcsúszásának hosszában is. **1 pont**

Alternatív megoldásként felírható a t_L idő alatt a kocsi, illetve a láda által megtett út, és a kettő különbségeként a láda megcsúszásának hossza jön ki.

g=9,81 m/s^2 esetén

$t_L = 4{,}247\,s$, $s_L = \frac{v_0 + v_1}{2} t_L = \underline{84{,}95\text{ m}}$ $s_A = \frac{v_0 + v_1}{2} t + v_1 (t_L - t) = 83{,}71\text{ m}$.

Elcsúszás mértéke: $\Delta s = 1{,}24\text{ m}$.

g=10 m/s^2 esetén $t_L' = 4{,}167\text{ s}$, $s_L' = 83{,}33\text{ m}$ $s_A' = 82{,}51\text{ m}$ $\Delta s' = 0{,}82\text{ m}$.

Megjegyzés: Előfordulhat, hogy a megoldás során megfeledkezik arról valaki, hogy a láda mozgásának az ideje hosszabb, mint 4 s. Ebben az esetben is nagyon hasonló végeredményre jut. Ez a megoldás elvileg hibás. Ebben az esetben maximum 10 pontot adjunk.

4. feladat:

A feladat két kérdésből áll. Kérdésenként maximum 10-10 pont adható. Az egyes kérdéseknél az egyértelműen megjelölt helyes válasz 5 pontot ér. Az indoklásért maximum 5 pont adható.

A B pontban lévő negatív töltésre az A pontban lévő negatív töltés taszító, így felfelé mutató, $\left|F_{AB}\right| = k\frac{q^2}{d^2}$ nagyságú erővel hat. A B töltésre a C pontban lévő pozitív töltés vonzó hatást fejt ki, így az ébredő Coulomb-erő iránya jobbra mutat, nagysága $\left|F_{CB}\right| = k\frac{q^2}{d^2}$. Mivel az irányok derékszöget zárnak be, így Pitagorasz-tétellel számolhatjuk az eredő erő nagyságát:

$$F_{eredő} = \sqrt{F_{AB}^2 + F_{CB}^2}\sqrt{k\frac{q^2}{d^2} + k\frac{q^2}{d^2}} = k\frac{\sqrt{2}q^2}{d^2}$$

Az eredő erő iránya jobbra, felfelé mutat, **d a helyes válasz**.

A D pontban mindhárom töltés hatása érezhető.

Az A töltés $\left|E_{AD}\right| = k\frac{q}{d^2}$ nagyságú, balra mutató térerősséget eredményez.

A B töltés $\left|E_{BD}\right| = k\frac{q}{2d^2}$ nagyságú, balra, felfelé mutató térerősséget eredményez.

A C töltés $\left|E_{CD}\right| = k\frac{q}{d^2}$ nagyságú, mivel pozitív, így lefelé mutató térerősséget eredményez.

Ezek vektori összege adja az eredő elektromos térerősség nagyságát:

$$E_{eredő} = \sqrt{(E_{AD} + E_{BD,vízsz.})^2 + (E_{CD} - E_{BD,hor.})^2} =$$

$$= \sqrt{\left(k\frac{q}{d^2} + k\frac{q}{2d^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(k\frac{q}{d^2} - k\frac{q}{2d^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1.5\cdot k\frac{q}{d^2}$$

A d válasz helyes.

5. feladat

A feladat két kérdésből áll. Kérdésenként maximum 10-10 pont adható. Az egyes kérdéseknél az egyértelműen megjelölt helyes válasz 5 pontot ér. Az indoklásért maximum 5 pont adható.

Helyes válasz: c

A hasznos teljesítmény $P = F\cdot v = kv\cdot v = k\cdot v^2$, azaz a sebesség négyzetével arányos a teljesítmény. Kétszeres sebességhez négyszeres teljesítmény szükséges: $P_2 = 4\cdot P = \underline{\underline{30\ kW}}$

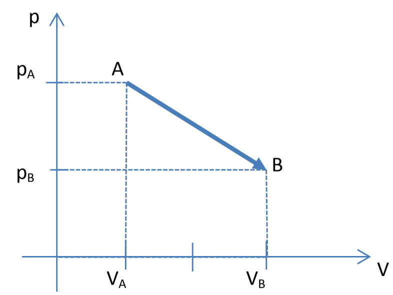
A változó teljesítmény miatt a pontos érték kiszámítása nem várható el. Ezért próbáljunk kizárni értékeket.
Megállapíthatjuk, hogy 10,4 Wh = 37,4 kJ. Gyakorlatilag a c) és d) válaszok azonos értékűek.
Ha egyetlen igaz választ keresünk, akkor ez a két válasz már emiatt is kizárható.
Ezt az értéket, akkor kapjuk, ha a minimális teljesítménnyel számolunk a teljes időszakra:
7,5 kW·5 s = 37,5 kJ. Ez egy alsó közelítés lenne a végzett munkára. Nem lehet a helyes válasz.
A végzett munka biztosan kisebb annál az értéknél, mintha a legnagyobb teljesítménnyel számolnánk: 30 kW·5 s= 150 kJ, ez nagyobb a keresett értéknél.
A helyes válasz az a).
Pontos számolásokkal az egyetlen eddig még ki nem zárt értéket kapjuk. Ennek kiszámítása nem várható el, természetesen. Mégis érdemes fokozni a válasz biztonságát!
$P_{közelítő}$=(7,5 kW+30kW)/2=18,75kW, $W_{közelítő}$= 94 kJ, ez már jól közelíti az a) választ.

XIX. Tornyai Sándor Országos Fizikai Feladatmegoldó Verseny a református középiskolák számára

Hódmezővásárhely, 2015. április 10-11.

MEGOLDÁSOK

11. évfolyam



1. feladat: Ideális gáz kezdeti *A* állapotában térfogata V_A, nyomása p_A, hőmérséklete $T_A = 320$ K. Ugyanez a gáz megfelelő kényszerfeltételek között a $p_B = p_A/2$, $V_B = 3V_A$ állapotba jut az ábrán (*p-V* diagramon) feltüntetett folyamattal:

a) Mekkora a gáz hőmérséklete a *B* állapotban?

b) Az $A \to B$ folyamat során mekkora a gáz maximális hőmérséklete?

Megoldás:

a) Az állapotjelzők az A illetve B állapotban:

p_A $\quad V_A$ $\quad T_A = 320$ K, $\quad p_A V_A = NkT_A$

$p_B = p_A/2$ $\quad V_B = 3\,V_A$ $\quad T_B = p_B V_B / Nk = \dfrac{p_B V_B}{p_A V_A} T_A = \dfrac{1 \cdot 3}{2}\, T_A = 480$ K. 5 pont

b) Az $A \to B$ folyamat egy tetszőleges pontjában $pV = NkT$, azaz $T = \dfrac{p}{p_A}\dfrac{V}{V_A} T_A$.

Másrészt az $A \to B$ folyamat a p-V diagramon egyenes, így

$$\frac{p_A - p}{V - V_A} = \frac{p_A - p_B}{V_B - V_A} = \frac{p_A/2}{2V_A} = \frac{p_A}{4V_A}$$

Az egyenes egyenlete átrendezés után:

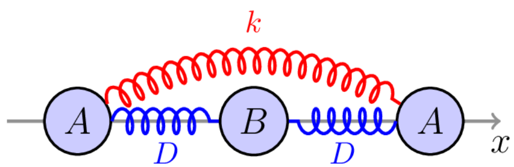
$p = \dfrac{(5V_A - V)\,p_A}{4V_A} = \dfrac{(5-x)\,p_A}{4}$, ahol $x = V/V_A$.

Így $T = \dfrac{(5-x)x}{4} T_A$. Keressük T maximumát, ez akkor van, ha $5 - x = x$, azaz $x = \dfrac{5}{2}$

Behelyettesítve $T_{max} = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 T_A = \dfrac{25}{16} \cdot 320$ K = $\underline{500 \text{ K}}$. 15 pont

Ekkor $V_m = \dfrac{5}{2} V_A$, $\quad p_m = \dfrac{5}{8} p_A$.

2. Feladat: Vizsgáljuk az **A** – **B** – **A** lineáris molekula rezgéseit a tömegközépponttal együtt mozgó rendszerből, és tegyük fel, hogy a tömegközéppont az origóban van. Modellezzük az xtengely menti rezgéseket az ábrán látható modellel, ahol a D és k rugóállandókat kvantumfizikai számításokból lehet meghatározni, m az **A**, *M* a **B** atom tömege.

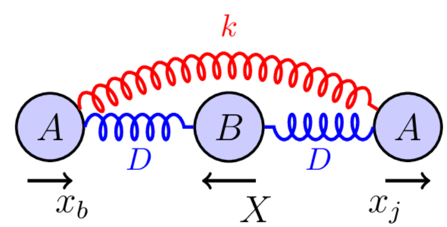


a) Az egyik lehetséges rezgés esetén **B** nyugalomban marad az origóban. Mekkora ennek a rezgésnek a frekvenciája?
b) Olyan rezgés is lehetséges, amikor mindegyik „atom” azonos frekvenciával rezeg, így **B** is az origó körül. Mekkora ennek a rezgésnek a frekvenciája?

Megoldás:
a) A baloldali atom kitérése minden időben ugyanakkora, de ellentétes irányú, mint a jobboldalié, így a tömegközéppont az origóban nyugalomban van: $x_b = -x_j$. Ez a gyorsulásokra is igaz: $a_b = -a_j$. 2 pont
A baloldali „A” test mozgásegyenlete:

$$ma_b = -Dx_b - k(x_b - x_j) = -(D + 2k)\,x_b.$$ 2 pont

A jobb oldali „A” test mozgásegyenlete ugyanilyen. Összehasonlítva a harmonikus rezgés mozgásegyenletével ($ma = -Dx$ esetén $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$), leolvasható a tükörszimmetrikus rezgés körfrekvenciája $\omega_1 = \sqrt{\frac{D+2k}{m}}$. 4 pont



b) A tömegközéppont akkor marad az origóban, ha a testek kitérésére minden időben teljesül, hogy

$$mx_b + MX + mx_j = 0.$$ 2 pont

Mivel minden atom azonos frekvenciával rezeg, próbálkozzunk azzal a feltevéssel, hogy
$x_b = x_j \equiv x$.

Ekkor $x = -\frac{M}{2m}X$. 2 pont

A „B” atom mozgásegyenlete:

$$MA = D(x_b - X) + D(x_j - X) = 2D\left(-\frac{M}{2m} - 1\right)X$$ 4 pont

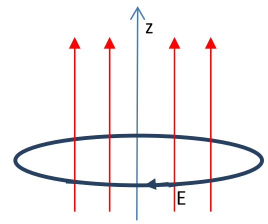
$$MA = -\frac{D}{m}(M + 2m)X.$$

Tehát a rezgés körfrekvenciája

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{D(M+2m)}{mM}}$$ 4 pont

3. Feladat: Vízszintes síkú kondenzátorlemezek között m tömegű, *q* töltésű részecskét lebegtetünk, majd bekapcsolunk egy függőleges, mondjuk *z*-irányú mágneses teret, amelynek indukcióvektora az idővel egyenletesen növekszik, de a *z* tengelytől mért távolsággal fordítva arányos: $B = A \cdot t/r$, ahol *r* a *z*-tengelytől mért távolság, *t* az idő, *A* pedig állandó. A részecske

távolsága a *z*-tengelytől a bekapcsolás pillanatában legyen *a*.
a) Milyen pályán mozog a részecske?
b) Mennyi idő múlva ér vissza a kiindulási helyzetébe?
Adatok: $m = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg, $q = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, $A = 10^{-4}$ V/m, $a = 10$ m
Útmutató: A változó mágneses mező elektromos örvényeket indukál: a *z*-tengelyt koncentrikusan körülvevő, vízszintes, kör alakú *E*-vonalakat gerjeszt. Könnyen kiszámolható, hogy $E = A$. Ez az indukált mező magával ragadja (gyorsítja) a részecskét.



Megoldás:
Adatok: a = 10 m, $m = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg, $q = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, $A = 10^{-4}$ V/m
A lebegés feltétele: $q E_0 = mg$, ahol E_0 a kondenzátorlemezek között a térerősség nagysága.
A változó B mező Faraday törvénye értelmében örvényes elektromos mezőt kelt. Az E-vonalak a z-tengely körüli koncentrikus körök.
A mágneses fluxus
$\Phi = \Sigma B\Delta f = \Sigma B\, 2\pi r\Delta r = 2\pi A t\, \Sigma\Delta r = 2\pi A t r$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 2\pi A r$$

Faraday törvénye szerint $2\pi r E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 2\pi A r$

$E = A$ (lásd Útmutató.)
a) A részecske ebben a vízszintes mezőben gyorsul, a pályamenti (érintőleges) gyorsulás

$a_t = \frac{qE}{m} = \frac{qA}{m} =$ áll. 4 pont

A részecske sebessége egyenletesen nő: $v = a_t t$.

A részecske centripetális gyorsulása $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{1}{r}\left(\frac{qA}{m}t\right)^2$ 4 pont

A mágneses Lorentz erő, amely a centripetális gyorsulást biztosíthatja:

$$F_L = qvB = q\,\frac{qA}{m}t\;\frac{A}{r}t = \frac{q^2A^2}{mr}t^2$$ 2pont

A centripetális erő:

$ma_{cp} = m\frac{q^2A^2}{m^2}t^2\frac{1}{r}$, a mágneses Lorentz erő éppen ennyi, vagyis marad a körpályán. 4 pont

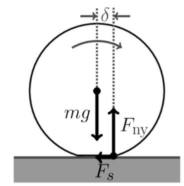
Ha eredetileg $r = a$, akkor a körpálya sugara marad is ennyi. Tehát 10 m sugarú, vízszintes, z-tengely körüli körpályán mozog. 2 pont

b) Álló helyzetből indulva a körbefordulás ideje $2a\pi = \frac{1}{2}a_t T^2$, $T^2 = 4a\pi m/qA$

$T = \sqrt{\frac{4\pi a m}{qA}}$. Az első körbefutás időtartama 0,1 s. 4 pont

4. A tesztkérdés megoldása:
Helyes válasz a c)

c) Az üveggolyó nem egy pontban érintkezik a felülettel (mert bármilyen kemények is a felületek egy kicsit benyomódik a felület), így a felület nyomóereje nem a tömegközéppont vonalában hat, van forgatónyomatéka, ami fékezi a golyó forgását. 20 pont



Indoklás nélküli helyes válasz: 5 pont

12. évfolyam

1. Feladat: Egy autó motorjának hatásfoka felforrt hűtővíz esetén 50 %. Ekkor az autó 100 km-en 10 liter üzemanyagot fogyaszt. Mekkora a fogyasztás, ha a hűtővíz 75 °C-os és a motorját ideális hőerőgépnek tekintjük?

Megoldás:

Adatok: η = 50 %, T_2 = 373 K (felforrt hűtővíz), fogyasztás = 10 l/100 km, T_2' = 273+75 = 348 K.

Ha a motort ideális hőerőgépnek tekintjük, akkor a hatásfokra fennáll, hogy

$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, ahol T_1 a motor robbanási hőmérséklete. 5 pont

Ebből $T_1 = T_2/(1 - \eta) = 2\,T_2 = 746$ K. 5 pont

Ha a hűtővíz csak 75 °C-os, akkor a hatásfok jobb lesz: $\eta' = \frac{T_1 - T_2'}{T_1} = 53\,\%$. 5 pont

Ha jobb a motor hatásfoka, akkor az autó kevesebbet fogyaszt, így fordított arányosságot felírva

$10\ \text{liter} \cdot 0{,}5 = x \cdot 0{,}53$

$x = \frac{10\ \text{liter} \cdot 0{,}5}{0{,}53} = \underline{\underline{9{,}4\ \text{liter}}}$. 5 pont

2. Feladat: Két párhuzamos, függőleges helyzetű, egymástól *l* távolságra lévő vezető sínpár egyik végét *R* ellenállású izzón keresztül kötjük össze. A síneket rájuk merőleges helyzetű, könnyen csúszó, de jó kontaktust biztosító, *m* tömegű fémrúddal kötjük össze, majd a fémrudat elengedjük. Az esés a sínekre és a fémrúdra merőleges, állandó nagyságú *B* mezőben zajlik. Az izzó csak akkor kezd világítani, ha a rajta átfolyó áram teljesítménye eléri a P_0 küszöbértéket.

a) Mekkora sebességnél kezd az izzó világítani?

b) Mekkora az izzóra jutó teljesítmény, amikor a rúd már állandó sebességgel esik?

(A sín elegendően hosszú, a csúszási súrlódást, légellenállást hanyagoljuk el.)

Adatok. m = 0,5 kg, l = 1 m, R = 1 Ω, B = 0,1 T, P_0 = 100 W

Megoldás:

Adatok. m = 0,5 kg, l = 1 m, R = 1 Ω, B = 0,1 T, P_0 = 100 W

Ha a fémrúd sebessége v, akkor a két vége között $U_i = Blv$ indukált feszültség keletkezik. A fémrúd zárja az R ellenállású izzót tartalmazó áramkört, amelyben így $i = \frac{Bl}{R}v$ nagyságú áram folyik (a többi alkatrész ellenállása elhanyagolható).

a) Mivel $P_0 = U_i \cdot i = Blv \cdot \frac{Bl}{R} v$, a kérdéses sebesség $v = \frac{\sqrt{P_0 R}}{B \cdot l} = \underline{\underline{100\ \text{m/s}}}$ 8pont

b) Az áram átjárta rúdra a nehézségi erőn kívül hat a mágneses Lorentz erő: $F_L = ilB = \frac{B^2l^2}{R}v$. 2pont

Az indukált feszültség illetve az áram iránya olyan a rúdban, hogy a mágneses Lorentz-erő felfelé fog mutatni, mert így akadályozza a rúd esését (Lenz- törvénye). 2pont
A rúd mozgásegyenlete

$$ma = mg - F_L = mg - \frac{B^2l^2}{R}v. \qquad \text{3pont}$$

A sebesség növekedésével a gyorsulás nullához csökken, így a maximális sebességre fennáll:

$mg = \frac{B^2l^2}{R}v_{max}$, amiből $v_{max} = \frac{mgR}{B^2l^2} = 500\ \frac{m}{s}$. 3pont

A maximális feszültség: $U_{max} = Bl\,v_{max} = \frac{mgR}{Bl} = 50$ V.

A maximális áramerősség: $i_{max} = \frac{mg}{Bl} = 50$ A

A maximális teljesítmény: $P_{max} = U_{max} \cdot i_{max} = \left(\frac{mg}{Bl}\right)^2 R = 2500$ W. 2pont

3. Feladat: A látás érzethez már elegendő egyetlen a szem ideghártyájára jutó 500 nm-es foton.
a) Határozzuk meg a keletkező elektromos jel energiáját, ha a fenti foton a látóideg pálya két megfelelő pontja közötti 100 Ω ellenálláson 10^{-4} s időtartamig 10^{-5} V feszültséget mérünk.
b) Az idegpályán keletkező jel energiája hányszorosa a foton energiájának.

Megoldás:
Adatok: $\lambda = 500\ \text{nm} = 5\cdot10^{-7}$ m, $R = 100\ \Omega$, $\Delta t = 10^{-4}$ s, $U = 10^{-5}$ V

a) Az elektromos jel energiája $W = U \cdot I \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t = \frac{10^{-10}}{100} \cdot 10^{-4}\ \text{J} = 10^{-16}$ J. 10 pont

b) Egy keletkező foton energiája

$$E = h\cdot\nu = h\cdot c/\lambda = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}\ \text{Js}\cdot3\cdot10^{8}\ \frac{m}{s}}{5\cdot10^{-7}\ \text{m}} = 3{,}972\cdot10^{-19}\ \text{J}.$$

A kérdezett hányados így W/E = 252. 10 pont

4. A tesztkérdés megoldása

Az A tömegszámú, Z rendszámú magban az egy nukleonra jutó kötési energia

$$\varepsilon = \frac{E}{A} = -\varepsilon_V + \varepsilon_F A^{-1/3} + \varepsilon_C A^{-4/3}Z^2 + \varepsilon_p (A-2Z)^2A^{-2}$$

c) Hasadáskor a felületi energia növekszik (mivel a térfogat marad, de a felület nő). Három részre hasadáskor nagyobb mértékben, mint két részre hasadáskor. Azonban ezt kompenzálja a Coulomb energia lecsökkenése, de csak később, a hasadványok eltávolodása után. Ezért a két részre hasadás sokkal nagyobb valószínűséggel megy végbe. 20 pont