

XX. TORNYAI SÁNDOR ORSZÁGOS FIZIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY
A REFORMÁTUS KÖZÉPISKOLÁK SZÁMÁRA
Hódmezővásárhely, 2016. március 18-20.

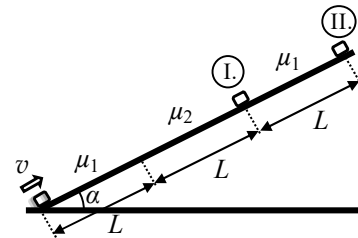
A versenydolgozatok megírására 3 óra áll a diákok rendelkezésére, minden tárgyi segédeszköz használható. Minden évfolyamon 5 feladatot kell megoldani. Egy-egy feladat hibátlan megoldása 20 pontot ér, a tesztfeladat esetén a választást meg kell indokolni (kérdésenként az egyetlen helyes válasz megadása vagy bekarikázása 5-5 pont, az indoklás szintén 5-5 pont). Jó munkát kívánnak a feladatok kitűzői: Antalicz Balázs, Börzsönyi Ádám, Hilbert Margit

9. évfolyam feladatai

9./1. feladat. Az egymástól 90 km távolságra lévő A és B városból egyszerre indul egymással szembe két kerékpáros. Az a kerékpáros, amely A-ból indult, a két kerékpáros találkozására után 2 órával később ér B-be. A másik a találkozást követően 4 óra 30 perccel később ér A-ba. Mekkora a két kerékpáros sebessége?

9./2. feladat. Egy 2 kg-os testet elejtünk. 10 méter esés után a sebessége 13 m/s. Mekkora lenne a sebessége, ha nem hatna rá a közegellenállási erő? Mennyi munkát végzett a test a levegő közegellenállásának legyőzésére? Számoljunk $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ -tel!

9./3. feladat. A jobb oldali ábrán látható, $\alpha = 30^\circ$ emelkedésű lejtő három egyenlő, $L = 20 \text{ cm}$ hosszúságú szakaszból áll. A középső szakaszt olyan anyaggal vontuk be, amelytől megváltozott a csúszási súrlódási együtthatója. A lejtő aljáról egy pontszerű testet csúsztatunk fel a lejtőre. Az első esetben 2,9 m/s sebességgel indítjuk a lejtő aljától, így pont a második szakasz végéig jut el. Ezt követően visszahelyezzük a lejtő aljára és 3,5 m/s kezdősebességet adunk neki. Ekkor pedig a harmadik szakasz végén áll meg.



Mekkora az egyes szakaszok csúszási súrlódási együtthatója? Számoljunk $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ -tel!

9./4. feladat. 2016. február 11-én bejelentették, hogy a LIGO gravitációs hullámokat megfigyelő obszervatórium mindkét detektora gravitációs hullámokat észlelt 2015. szeptember 14-én. A jelet a Földtől 1,3 milliárd fényévnnyire található két, egymás körül keringő fekete lyuk összeolvadása szolgáltatta.

Méterben kifejezve milyen messze van tőlünk az új fekete lyuk? (A gravitációs hullámok fénysebességgel, azaz $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ -mal terjednek.)

- a) $3,9 \cdot 10^{15} \text{ m}$ b) $2,1 \cdot 10^{23} \text{ m}$ c) $5,1 \cdot 10^{23} \text{ m}$ d) $1,2 \cdot 10^{25} \text{ m}$ e) $7,4 \cdot 10^{27} \text{ m}$

A megfigyelt gravitációs hullám legintenzívebb szakaszában az azonosnak tekinthető tömegű fekete lyukak másodpercenként 75-ször kerültk meg közös tömegközéppontjukat. Mekkora lehetett ekkor a fekete lyukak távolsága, ha a fekete lyukak centripetális gyorsulása $3,7 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$ volt? (Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy az égitestek egyenesletes körmozgást végeznek és a Newton-törvények érvényesek maradnak, és az égitesteket tekintjük pontszerűeknek.)

- a) $2,6 \cdot 10^5 \text{ km}$ b) $6,6 \cdot 10^3 \text{ km}$ c) 333 km d) 210 km e) 167 km

Válaszaidat röviden indokold meg!

XX. TORNYAI SÁNDOR ORSZÁGOS FIZIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY
A REFORMÁTUS KÖZÉPISKOLÁK SZÁMÁRA

Hódmezővásárhely, 2016. március 18-20.

A versenydolgozatok megírására 3 óra áll a diákok rendelkezésére, minden tárgyi segédeszköz használható. Minden évfolyamon 5 feladatot kell megoldani. Egy-egy feladat hibátlan megoldása 20 pontot ér, a tesztfeladat esetén a választást meg kell indokolni (kérdésenként az egyetlen helyes válasz megadása vagy bekarikázása 5-5 pont, az indoklás szintén 5-5 pont). Jó munkát kívánnak a feladatok kitűzői: Antalicz Balázs, Börzsönyi Ádám, Hilbert Margit

9./5. feladat. A modern sebességmérő berendezések elterjedése előtt gyorsan mozgó testek sebességének precíz mérésére csak kevés módszer volt elérhető, s ezek is csak közvetett módon tettek lehetővé sebességmérést. Az egyik ilyen eszköz a ballisztikai inga, amely nevéhez híven lövedékek sebességének mérésére szolgált.

Az általunk használt ballisztikai inga egy 3500 g tömegű, 1 m hosszú fonálra felfüggesztett testből áll, amelybe egy nagy sebességgel mozgó, 11 g tömegű testet lövünk be. A lövedék a nagy sebességkülönbség hatására belefűrődik az ingába, majd a súrlódás következtében megáll benne. Az ütközés következtében az inga kilendül, majd a kilengésének maximális szögét feljegyezve kiszámítható a lövedék sebessége.

A ballisztikus inga függőlegeshez képesti kitérésének maximális szöge 60° . Mekkora volt a lövedék sebessége?

- | | | | |
|---------------------------------|----------------------------|---|------------------------------|
| a) kb. 900 m
másodpercenként | b) kb. 3600 km
óránként | c) kb. az 50°C -os
levegőben mérhető
hangsebesség
háromszorosa | d) kb. 100 000 km
naponta |
|---------------------------------|----------------------------|---|------------------------------|

A lövedék eredeti mozgási energiájának mekkora része alakul át helyzeti energiává?

- | | | | |
|-------------------------------|------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
| a) hozzávetőlegesen a
fele | b) kb. a harmada | c) nagyjából az egy
ötvened része | d) kerekítve három
ezreléke |
|-------------------------------|------------------|--------------------------------------|--------------------------------|

Megjegyzés: A földfelszínen mérhető gravitációs gyorsulás értékét vegyük $9,81 \text{ m/s}^2$ -nek.

Válaszaidat röviden indokold meg!

XX. TORNYAI SÁNDOR ORSZÁGOS FIZIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY A REFORMÁTUS KÖZÉPISKOLÁK SZÁMÁRA

Hódmezővásárhely, 2016. március 18-20.

A versenydolgozatok megírására 3 óra áll a diákok rendelkezésére, minden tárgyi segédeszköz használható. Minden évfolyamon 5 feladatot kell megoldani. Egy-egy feladat hibátlan megoldása 20 pontot ér, a tesztfeladat esetén a választást meg kell indokolni (kérdésenként az egyetlen helyes válasz megadása vagy bekarikázása 5-5 pont, az indoklás szintén 5-5 pont). Jó munkát kívánunk a feladatok kitűzői: Antalicz Balázs, Börzsönyi Ádám, Hilbert Margit

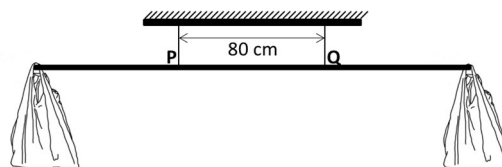
10. évfolyam feladatai

10./1. feladat. 2016. február 11-én bejelentették, hogy a LIGO gravitációs hullámokat megfigyelő obszervatórium mindkét detektora gravitációs hullámokat észlelt 2015. szeptember 14-én. A jelet a Földtől 1,3 milliárd fényévnnyire található két, egymás körül keringő fekete lyuk összeolvadása szolgáltatta. A megfigyelt gravitációs hullám legintenzívebb szakaszában a 36, illetve 29 naptömeeggel rendelkező fekete lyukak másodpercenként 75-ször kerültek meg közös tömegközéppontjukat. Mekkora lehetett ekkor a fekete lyukak tömegközéppontjainak távolsága, ha az egyszerűség kedvéért egyenletes körmozgást feltételezünk, ahol a két fekete lyuk szögsebessége azonos, és a Newton-törvényeket érvényesnek tekintjük? (A fekete lyukak esetleges forgásától és a relativisztikus folyamatok figyelembevételétől tekintsünk el.)

1 naptömeg = $2 \cdot 10^{30}$ kg. Gravitációs állandó: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m³/kg·s². Fénysebesség: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

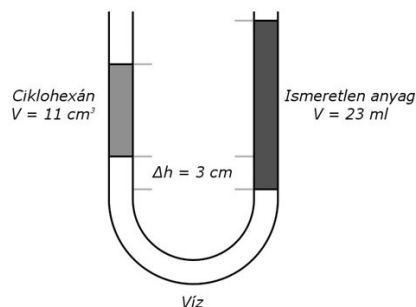
Felmerül a kérdés, hogy két égitest mérete nem akadályozza-e meg, hogy az észlelt gravitációs hullámokból számolt távolságra megközelítsék egymást. Jelenlegi tudásunk szerint a fekete lyukak a legkompaktabb égitestek, melyek felszínéről való eltávolodáshoz már a fénysebesség sem elegendő. Ahhoz, hogy egy testet fekete lyuknak nevezhessünk, a sugarának kisebbnek kell lennie egy megadott határnál. Ezt a határt Schwarzschild-sugárnak nevezzük, és az $R_s = 2GM/c^2$ összefüggéssel számoljuk ki az M tömegű égitest sugarát. Ellenőrizzük, hogy valóban elegendően kis méretűek-e a vizsgált fekete lyukak!

10./2. feladat. Egy 1008 g tömegű, 2,4 méter hosszú hengeres, homogén rudat két függőlegesen álló kötél segítségével szimmetrikusan felfüggesztünk. A rúd vízszintes, a kötelek egymástól 80 cm-re vannak.



A rúd két végére egy-egy nagyon könnyű zacskót akasztunk, majd először az egyiket, majd a másikat is megtöltjük kekszszel. A rúdnak mindvégig vízszintesen kell maradni úgy, hogy közben nem érinthetjük meg. Hány gramm kekszet tehetünk a két zacskóba összesen?

10./3. feladat. Peti azt a feladatot kapta a fizikatanárától, hogy állapítsa meg egy adott, ismeretlen anyag sűrűségét, egy általa megadott, fúrfangos módon. A sűrűség megállapításához Peti egy U alakú csövet kapott. A csőbe először vizet töltöttek, majd egyik szárába 11 cm³ ciklohexán, míg a másik szárába 23 ml ismeretlen anyag került.



A cső szemrevételezése után Peti megmérte a víz felszínének a cső két szárában vett magasságkülönbségét, ami 3 cm lett.

Mekkora a keresett sűrűség?

A Peti által kikeresett adatok:

- Peti a kísérletet 20 °C-on végezte el, ahol a ciklohexán sűrűsége 0,778 g/ml
- A felhasznált U alakú cső keresztmetszete a gyártó katalógusa alapján 100 mm².

Megjegyzés: A használt anyagok egyike sem reagál, keveredik, vagy oldódik a másikban.

XX. TORNYAI SÁNDOR ORSZÁGOS FIZIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY
A REFORMÁTUS KÖZÉPISKOLÁK SZÁMÁRA

Hódmezővásárhely, 2016. március 18-20.

A versenydolgozatok megírására 3 óra áll a diákok rendelkezésére, minden tárgyi segédeszköz használható. Minden évfolyamon 5 feladatot kell megoldani. Egy-egy feladat hibátlan megoldása 20 pontot ér, a tesztfeladat esetén a választást meg kell indokolni (kérdésenként az egyetlen helyes válasz megadása vagy bekarikázása 5-5 pont, az indoklás szintén 5-5 pont). Jó munkát kívánnak a feladatok kitűzői: Antalicz Balázs, Börzsönyi Ádám, Hilbert Margit

10./4. feladat. Egy 500 cm^3 -es és egy 200 cm^3 -es üveggömb kapilláris csővel van összekötve, amely biztosítja a nyomáskiegyenlítődést. Ezt a két üveggömbből álló tartályt lezárjuk, amikor 15°C -os, 10^5 Pa nyomású száraz levegővel van megtöltve. Majd a nagyobb gömböt 100°C -os gőzbe tesszük, a kisebbet 0°C -os jeges vízbe. Mekkora lesz a nyomás a tartályban? Hanyagoljuk el az üveg hőtágulását! A válaszaidat röviden indokold meg!

- a) 10^5 Pa b) $1,30 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ c) $0,95 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ d) $1,17 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Az alábbi, az üveggömbökben lévő levegő sűrűségére vonatkozó állítások között hány hibás van?

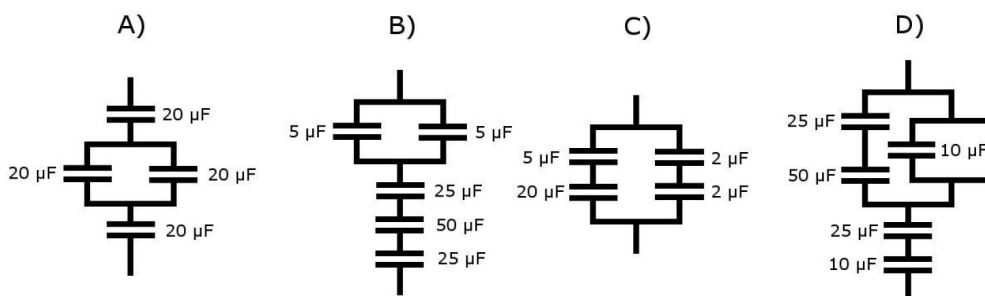
Az átlagsűrűség nem változott, a két üveggömbben a sűrűségek aránya $\sim 1,37$.

Az egyik gömbben a sűrűség közel 9,6%-al csökkent.

A másik gömbben a sűrűség közel 23,6%-al nőtt.

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

10./5. feladat. Feri egy olyan áramkört tervezett, amelyben szüksége van egy olyan kondenzátorra, amely $5 \mu\text{F}$ kapacitású, és legalább 1000 V átütési feszültséggel rendelkezik. Ilyen kondenzátort azonban készlethiány miatt nem kapni a környéken, így több, 600 V átütési feszültségű kondenzátor összekapcsolásával kell helyettesítenie ezt az elemet. Feri felrajzolt néhány kapcsolást, azonban egyelőre nem tudja, hogy melyik teljesítené a megadott feltételeket. A megadott kapcsolások közül karikázd be a megfelelőt!



Megjegyzés: Egy kondenzátor átütési feszültsége azt a legkisebb feszültséget jelenti, amelyet a kondenzátor kivezetéseire kapcsolva a kondenzátor elveszti töltésraktározó jellegét, és rövidzárként működik tovább. Ennek megfelelően, ha egy kondenzátor élete során valamikor átüt, a továbbiakban nem használható biztonságosan, és ki kell cserélni.

Egy másik probléma megoldásához Ferinek a kapcsolások közül a legnagyobb átütési feszültségűre van szüksége. Mekkora feszültségig használhatja a legalkalmasabbat?

- a) 2000 V b) 1000 V c) 1200 V d) 1500 V

A válaszaidat röviden indokold meg!

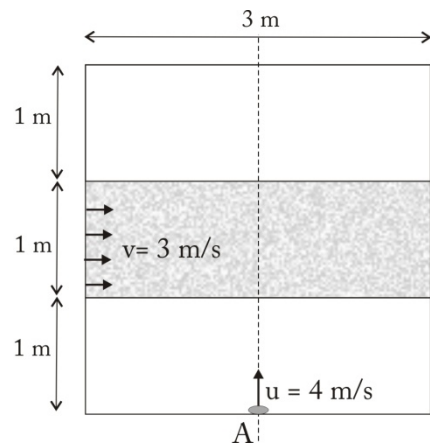
XX. Tornyai Sándor Országos Fizikai Feladatmegoldó Verseny a református középiskolák számára, Hódmezővásárhely, 2016. március 19.

A versenydolgozatok megírására 3 óra áll a diákok rendelkezésére, minden tárgyi segédeszköz használható. Minden évfolyamon 3 feladatot és egy tesztfeladatot kell megoldani. Egy feladat és a tesztek teljes és hibátlan megoldása 20 pontot ér, a tesztfeladat esetén a választást meg kell indokolni. A tesztfeladat a 11. évfolyamon 10x2 pont, a 12. évfolyamon 5x4 pont értékű.

Jó munkát kívánunk a feladatok kitzűzői: Dömötör Piroska, Varga Zsuzsa

11. évfolyam

1. Egy 3 m széles és 3 m hosszú vízszintes kísérletező asztal felszíne sík, középső $d = 1$ m szélességű középső sávját azonban $v = 3$ m/s sebességgel mozgó (végtelenített) gumiszalag képezi, amely pontosan illeszkedik az asztallap nyugvó felszínéhez. Az asztal egyik szélének közepére (az ábrán az A pontra) egy kicsiny lapos korongot fektetünk, és megütjük úgy, hogy $u = 4$ m/s sebességgel kezdjen csúszni (merőlegesen) a szalag felé. Az asztallap álló részei és a korong közti súrlódás elhanyagolható, a gumiszalag és a korong közötti súrlódási tényező $\mu = 0,5$. A korong csúszás közben nem forog. Hol esik le a korong az asztalról?

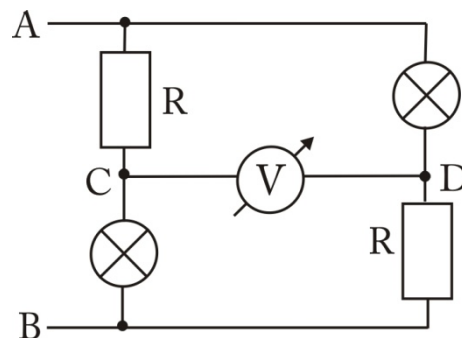
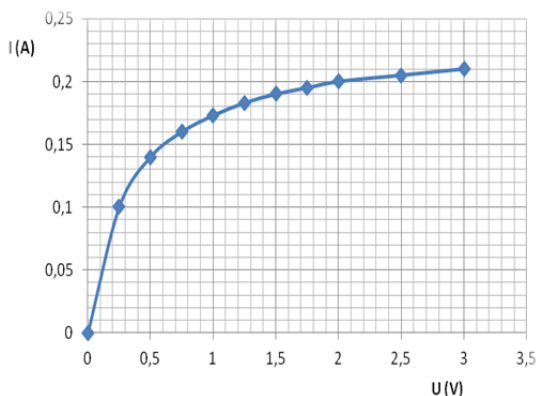


2. Vízszintes, szigetelő tengelyre felfűzött fémgönggy töltése $Q = 10^{-6}$ C. A hozzá erősített $L = 30$ cm hosszú szigetelő fonál végén $m = 2$ g tömegű, $q = 10^{-7}$ C töltésű kicsi fémgolyó függ. Legalább mekkora kezdősebességet kell adnunk a fémgolyónak, hogy függőleges síkban egy teljes kört befusson, ha a töltések

- a) azonos előjelűek
- b) ellentétes előjelűek?
- c) Ha 3 m/s sebességgel indítjuk a kis golyót, és a töltések egyneműek, mekkora utat fut be a körpályán?

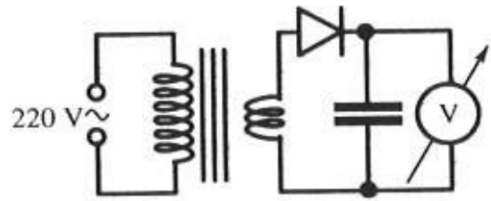
3. Kis izzólámpa feszültség-áram karakterisztikája látható a mellékelt ábrán. 3 V-nál nagyobb feszültség esetén a lámpa kiég. Két ilyen izzóból és két egyenként 10Ω -s ellenállásból a másik ábrán látható kapcsolást állítjuk össze. Az A és B pontok közé egyenfeszültséget kapcsolunk, amelynek értékét nulláról egyenletesen növeljük. A C és D pontok közé igen nagy ellenállású voltmérőt kapcsolunk és folyamatosan figyeljük, hogy mit mutat.

- a) Milyen telepfeszültségnél fog az izzó kiégni?
- b) Ábrázoljuk a voltmérő feszültségét a telepfeszültség függvényében!



4. TESZT

Az ábrán látható elrendezésben a transzformátor szekunder tekercsén tízszer kevesebb menet van mint a primer tekercsen. A voltmérő belső ellenállása igen nagy. A hálózat frekvenciája 50 Hz.



Döntsük el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak. Válaszunkat minden egyes állítás esetén indokoljuk.

I. A transzformátor szekunder feszültsége:

1. A transzformátor szekunder tekercsén a menetszám arányának megfelelően 10-szer akkora feszültség jelenik meg.
2. A transzformátor szekunder tekercsén a menetszám arányának megfelelően 10-ed akkora feszültség jelenik meg.
3. A transzformátor szekunder tekercsén a váltakozó feszültség csúcsértéke éppen 220/10 V azaz 22 V lesz.
4. A transzformátor szekunder tekercsén megjelenő váltakozó feszültség időfüggése $U(t) = 22 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 t)$ V lesz.

II. Mit mutat a voltmérő?

1. Ha nem lenne ott a dióda a szekunder körben, akkor ugyanazt az effektív feszültséget mérnénk, mint ami a transzformátor szekunder tekercsén megjelenik.
2. A dióda egyenirányító hatása miatt a frekvencia a felére csökken és így a voltmérő a szekunder feszültség felét mutatja.
3. A voltmérő nem mutat feszültséget, hiszen nincs ohmos ellenállás az áramkörben.
4. A voltmérő 22 V-ot mutat.
5. A voltmérő $22 \cdot \sqrt{2}$ V-ot mutat.
6. Ha a szekunder körből kivesszük a kondenzátort a voltmérő $22/\sqrt{2}$ V-ot mutat.

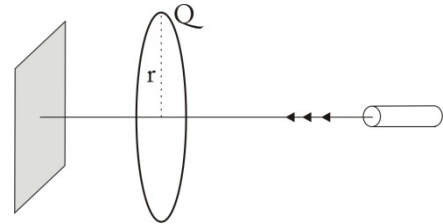
XX. Tornyai Sándor Országos Fizikai Feladatmegoldó Verseny a református középiskolák számára, Hódmezővásárhely, 2016. március 19.

A versenydolgozatok megírására 3 óra áll a diákok rendelkezésére, minden tárgyi segédeszköz használható. Minden évfolyamon 3 feladatot és egy tesztfeladatot kell megoldani. Egy feladat és a tesztek teljes és hibátlan megoldása 20 pontot ér, a tesztfeladat esetén a választást meg kell indokolni. A tesztfeladat a 11. évfolyamon 10x2 pont, a 12. évfolyamon 5x4 pont értékű.

Jó munkát kívánnak a feladatok kitűzői: Dömötör Pirokska, Varga Zsuzsa

12. évfolyam

1. Magfizikai kísérlet során egy részecskeágyúból azonos tömegű, $3,2 \cdot 10^{-19}$ C töltésű részecskéket tudunk kilőni. A részecskeágyú egy $r = 10$ cm sugarú, $Q = 10^{-6}$ C töltésű vékony fémkarika szimmetriatengelyén helyezkedik el, a karika középpontjától 2 m távolságra. A karika mögött fluoreszkáló ernyő érzékeli a becsapódó részecskéket.



Az elvégzett kísérletek szerint a részecskék csak akkor érik el az ernyőt, ha a kilövési sebességük nagyobb, mint $2,87 \cdot 10^6$ m/s. Az egész berendezés vákuumban van.

- a) Határozzuk meg a kilőtt részecskék tömegét!
- b) Milyen részecskék szerepelnek a kísérletben?

2. Izotópos lemezvastagság mérőben a lemez az izotóp és a GM cső között halad, közvetlenül a GM cső ablaka előtt. A sugárzás elenyésző vastagságú levegőrétegen halad át, elnyelődés csak a lemezben történik. A készülék sugárforrása 6,8 nCi aktivitású Tl-204 izotóp, amely elektronokat sugároz. A sugárforrás és az ablak távolsága 5 mm, a kör alakú ablak sugara 4 mm. Az alumínium-lemez áthaladása során a GM cső átlagosan 553 beütésszámot jelez percenként. Az alumíniumban az elektronsugár felezési távolsága $8,148 \cdot 10^{-2}$ mm.

Mekkora a lemez átlagos vastagsága? ($1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$)

3. Az ábrán látható hőszigetelő falú, $A = 10 \text{ cm}^2$ keresztmetszetű, függőleges két végén zárt csövet elhanyagolható tömegű, hővezető dugattyú oszt két egyforma részre. A két féltérben azonos mennyiségű, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ nyomású egyatomos gáz van. A dugattyú vékony hőszigetelt zsinórral egy serpenyőhöz csatlakozik, amelybe $m = 10 \text{ kg}$ tömegű testet helyezünk és a rendszert magára hagyjuk. A zsinór úgy van kivezetve, hogy az alsó térrészből nem tud a gáz kiszökni. A dugattyú mozgása egy idő után a kicsiny súrlódás miatt megszűnik.



- a) Hányszorosára nő a dugattyú fölött a gáz térfogata?

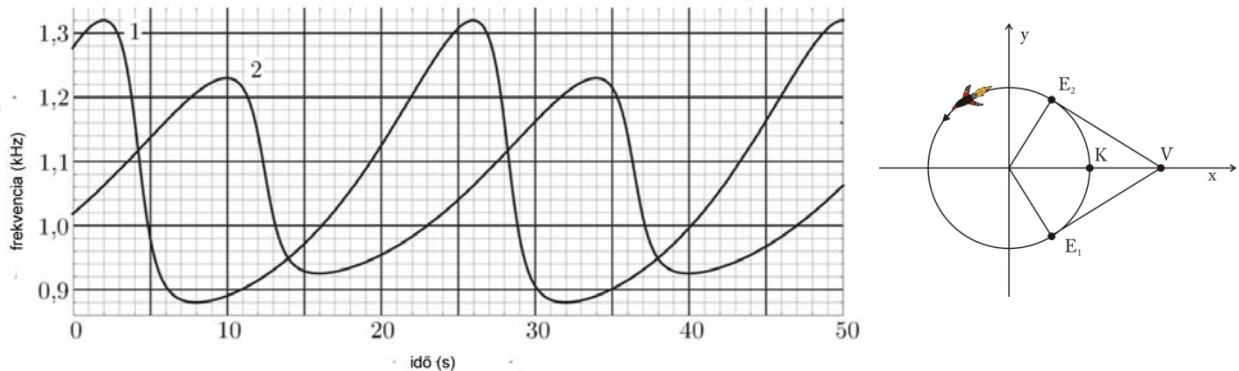
- b) Mekkora ez az arány, ha $\frac{mg}{A} \gg p_0$?

4. TESZT

Egy akciófilmben a terroristák betörnek a rakétabázisra és kilőnek egy rakétát. A rakétát előzőleg úgy állították be, hogy kilövés után állandó sebességgel körpályán mozogjon a föld felszínéhez igen közeli vízszintes síkban. A rakéta állandó frekvenciájú hangjelet bocsát ki, amelyet két különböző helyen lévő vevőállomáson mérnek. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a vevőállomások a rakéta mozgási síkjába esnek.

A vevőállomáson mért hangjel frekvenciáját az idő függvényében rádióhullámok segítségével küldik a Központba, ahol az alábbi valós idejű ábrát látják a monitoron.

A rakéta körmozgását az $\mathbf{r}(t) = (R \cdot \cos(\omega t), R \cdot \sin(\omega t))$ helyvektorral írjuk le. A rakéta $t = 0$ időpillanatban a K pontban van.



A rakéta által kibocsátott alapfrekvencia a Doppler-effektus következtében módosul. A frekvencia változás szempontjából a mozgó forrás megfigyelő irányába eső sebességkomponense számít, ami a körmozgást végző rakéta esetén folyamatosan változik. A mért jel periódusideje megegyezik a körmozgás periódusidejével.

Szimmetria okokból a maximális és a minimális frekvencia számításánál ugyan akkora nagyságú, de ellentétes irányú lesz a megfigyelő irányába eső v_p sebességkomponens, amely a Doppler-effektus szempontjából számít, így a minimális és a maximális frekvencia $f_{\min, \max} = f_0 \cdot \frac{1}{1 \pm v_p / c}$.

Számításokkal igazolható, hogy a Doppler effektus szempontjából lényeges v_p megfigyelő irányú sebességkomponensnek a $\cos(\omega t) = \frac{(d^2 + R^2) \pm (d^2 - R^2)}{2dR}$ föltételnek megfelelő időpontban lesz szélsőértéke, ahol d a vevőállomás origótól vett távolsága.

A fenti ábrán az E_1 és az E_2 pontokat a megfigyelőtől a körhöz húzott érintő határozza meg.

Döntsük el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak. Válaszunkat minden egyes állítás esetén indokoljuk.

1. A grafikon alapján f_0 értéke meghatározható és kb. 1,05 kHz-nek adódik.
2. A két vevő esetén különböző v_p adódik a grafikon alapján, ami annak a következménye, hogy a két megfigyelő egymáshoz képest valamilyen szögben áll.
3. A megadott formulák alapján, ha a vevő az ábra szerinti V pontban van, akkor éppen az E_1 és E_2 érintési pontokból érkező jel esetén lesz a frekvenciának szélsőértéke.
4. A fenti jelölésekkel az E_1 pontból érkező jel frekvenciája maximális, míg az E_2 pontból érkező jelé minimális.
5. Mindkét vevő az ábrán vázolt módon a rakéta által leírt körön kívül helyezkedik el.